113 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷 113-2-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	B	D	C	B	B	A	C	A	C	C	D	A	B	B	D	C	D	A	B	A	D	C

1. $y=-2x^2+4x+6=-2(x-1)^2+8$
   $\therefore$頂點$(1,8)\Rightarrow$原圖形之頂點爲點$(1,8)$向左移 3 單位，向下移 7 單位，即$(1-3,8-7)=(-2,1)$
   $\therefore$原二次函數爲 $y=-2(x+2)^2+1=-2x^2-8x-7$
   可知：$b=-8$ 且 $c=-7$
   $\therefore b-2c=-8-2\times(-7)=6$，故選(D)
2. $\because ABCD$ 是菱形
   $\therefore$對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直平分，且 $\overleftrightarrow{AC}$ 與 $\overleftrightarrow{BD}$ 之斜率相乘等於 -1
   而 $m_{AC}=\dfrac{0-10}{3-(-5)}=\dfrac{-10}{8}=\dfrac{-5}{4}$　$\therefore m_{BD}=\dfrac{4}{5}$
   又 $\overline{AC}$ 之中點爲 $(\dfrac{3+(-5)}{2},\dfrac{0+10}{2})=(-1,5)$
   由上可知，直線 $\overleftrightarrow{BD}$ 之方程式爲 $y-5=\dfrac{4}{5}(x+1)$
   $\therefore x-\dfrac{5}{4}y+\dfrac{29}{4}=0\Rightarrow a=\dfrac{-5}{4}$ 且 $b=\dfrac{29}{4}$
   $\Rightarrow a+b=\dfrac{-5}{4}+\dfrac{29}{4}=6$，故選(C)
3. 令 $f(x)=15x^6-99x^5-52x^4+83x^3-92x^2-11$
   所求 $=f(7)$
   由餘式定理知：$f(7)$ 即爲 $f(x)$ 除以 $x-7$ 之餘式
   $$\begin{array}{l|l} 15-99-52+83-92+0-11 & 7 \\ \quad +105+42-70+91-7-49 & \\ \hline 15+6-10+13-1-7 & -60 \end{array}$$
   $\therefore f(7)=-60$，故選(A)
4. $\sin300^\circ=-\sin60^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
   $\cos(-90^\circ)=\cos90^\circ=0$
   $\tan(-1560^\circ)=\tan240^\circ=\tan60^\circ=\sqrt{3}$
   $\therefore$所求 $=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+0+\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故選(B)
5. $x^2+y^2-6x+4y-k=0\Rightarrow(x-3)^2+(y+2)^2=k+13$
   $\because$圖形爲圓　$\therefore k+13>0\Rightarrow k>-13$，故選(D)
6. 圖(一)-(1) $a_1=3\times1=3$
   圖(一)-(2) $a_2=3\times2=6$
   圖(一)-(3) $a_3=3\times3=9$
   依此規律
   (A) $a_{10}=3\times10=30$
   (B) $a_{15}=3\times15=45$
   (C) $a_1+a_2+\cdots+a_{20}=3\times1+3\times2+\cdots+3\times20$
   $=3\times(1+2+\cdots+20)=3\times\dfrac{20\times(1+20)}{2}=630$
   (D) $a_6+a_7+\cdots+a_{16}=3\times6+3\times7+\cdots+3\times16$
   $=3\times(6+7+\cdots+16)=3\times\dfrac{11\times(6+16)}{2}=363$
   故選(C)
7. $\because a$、b、c 是整數
   $\therefore\begin{cases}|a-2|=1\\ b-3=0\\ c+6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\text{ 或 }1\ (3\text{不合}\ \because a<2)\\ b=3\\ c=-6\end{cases}$
   可知 $a+b+c=1+3+(-6)=-2$，故選(B)
8. (A) 已知 $m_3>0$ 且 m_1、$m_2<0$，而$\because L_1$ 的傾斜程度大於 L_2　$\therefore m_1<m_2$，由上可知 $m_3>m_2>m_1$
   (B) $\because L_1\perp L_3$ 且 $L_3 // L_4$　$\therefore L_1\perp L_4$ 得 $m_1\cdot m_4=-1$
   (C) $\because L_3$ 的傾斜程度大於 L_5　$\therefore m_3>m_5=1$
   (D) $\because m_1\cdot m_3=-1$ 且 $m_2>m_1$ 又 $m_3>1>0$
   $\therefore m_2\cdot m_3>m_1\cdot m_3$ 得 $m_2\cdot m_3>-1$
   故選(B)
9. 各項係數和
   $=f(1)$
   $=1\times(1-2)(1-9)+(1-1)(1-5)(1+2)+(1+8)(1-2)+3(1-3)+5$
   $=1\times(-1)\times(-8)+0+9\times(-1)+3\times(-2)+5$
   $=8-9-6+5=-2$，故選(A)
10. $6\cos^2\theta-\sin\theta=4\Rightarrow6(1-\sin^2\theta)-\sin\theta=4$
    $\Rightarrow6\sin^2\theta+\sin\theta-2=0\Rightarrow(2\sin\theta-1)(3\sin\theta+2)=0$
    $\therefore\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ 或 $\dfrac{-2}{3}$ 又 θ 是第四象限角　$\therefore\sin\theta=-\dfrac{2}{3}$
    故選(C)
11. $x^2+y^2-2x-6y+6=0\Rightarrow(x-1)^2+(y-3)^2=4$
    $\therefore$圓面積 $=4\pi$
    又$\because$瑞克的圓面積是海倫的 3 倍
    $\therefore$海倫的圓面積 $=12\pi$
    $\Rightarrow$ 圓方程式爲 $(x+1)^2+y^2=12$
    $\Rightarrow x^2+y^2+2x-11=0$　$\therefore a=2$、$b=0$、$c=-11$
    $\Rightarrow 2a-3b+c=4-0-11=-7$，故選(A)
12. 設第 n 樓房子售價爲 a_n 萬元
    $\because a_5+a_6+a_7+\cdots+a_{15}=11000$
    $\therefore\dfrac{11\times(a_5+a_{15})}{2}=11000\Rightarrow\dfrac{a_5+a_{15}}{2}=1000$
    而 $a_{10}=\dfrac{a_5+a_{15}}{2}=1000$，故選(C)

13. $\because x-1$ 整除 $f(x)$

$\therefore f(1)=0 \Rightarrow 1+3a+2b-2=0 \cdots ①$

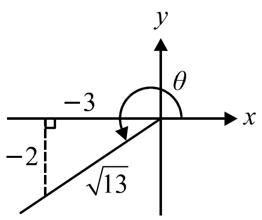
又$\because f(x)\div(x-2)$ 之餘式爲 -14

$\therefore f(2)=-14 \Rightarrow 8+12a+4b-2=-14 \cdots ②$

由①、②知 $\begin{cases} 3a+2b=1 \\ 3a+b=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{-11}{3} \\ b=6 \end{cases}$

$\therefore 3a+2b=-11+12=1$，故選(C)

14. $\because \theta$ 爲第三象限角且 $\tan\theta=\dfrac{2}{3}$



$\therefore \sin\theta=\dfrac{-2}{\sqrt{13}}$ ，$\cos\theta=\dfrac{-3}{\sqrt{13}}$

而 $\cos(90°+\theta)=-\sin\theta$ ，$\sin(180°-\theta)=\sin\theta$

$\cos(-\theta)=\cos\theta$ ，$\sin(90°-\theta)=\cos\theta$

$\therefore$原式 $=-\sin^2\theta+\cos^2\theta=-(\dfrac{-2}{\sqrt{13}})^2+(\dfrac{-3}{\sqrt{13}})^2=\dfrac{5}{13}$

故選(D)

15. $\dfrac{6+12}{2}=9$　$\therefore$橫列之等差數列爲 3、6、9、12、15

$\Rightarrow$ 總和 $=3+9+15=27$

而兩直線共四格空格之總和 $=6\times2+12\times2=36$

$\therefore 27+36=63$，故選(A)

16. $P(2,7)$ 代入直線 L：$6+7c-34=0 \Rightarrow c=4$

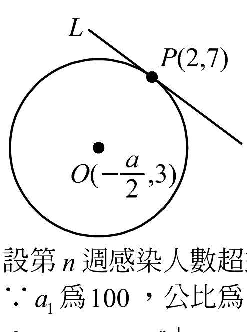
$\therefore m_L=\dfrac{-3}{4} \Rightarrow m_{OP}=\dfrac{4}{3}$

而圓心 $O(\dfrac{-a}{2},3)$　$\therefore m_{OP}=\dfrac{3-7}{\dfrac{-a}{2}-2}=\dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow a=2 \Rightarrow$ 圓 C：$x^2+y^2+2x-6y+b=0$

再將 $P(2,7)$ 代入圓方程式，$4+49+4-42+b=0$

$\therefore b=-15$，可知 $a+b+c=2+(-15)+4=-9$，故選(B)



17. 設第 n 週感染人數超過100 萬人

$\because a_1$ 爲100 ，公比爲 3

$\therefore a_n=100\times3^{n-1}>1000000 \Rightarrow 3^{n-1}>10000$

$\because 3^6=729$ ，$3^7=2187$ ，$3^8=6561$ ，$3^9=19683$

$\therefore n-1$ 之最小值 $=9 \Rightarrow n=10$ ，故選(B)

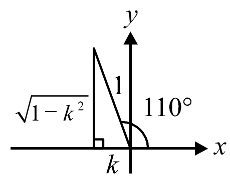
18. (A) 反例：$\theta=700°=360°+340°$ 爲第四象限角，但 $\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{700°}{2}=350°$ 仍爲第四象限角

(B) $\sin\alpha=\sin\beta \Rightarrow \alpha=\beta$ or $\alpha+\beta=180°$ 及其同界角

$\therefore \alpha$ 、β 未必是同界角

(C) $\sin\theta=\dfrac{5}{13} \Rightarrow \dfrac{y}{r}=\dfrac{5}{13}$　$\therefore y$ 未必是 5

(D)



$\therefore \tan(-250°)=\tan110°=\dfrac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

故選(D)

19. $y=-1+2\cos(4x+\dfrac{\pi}{2})$ ，其週期 $=\dfrac{2\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$

且 $-1+2\times(-1)\le y\le -1+2\times1$

$\therefore$最大值 $=1$ ，最小值 $=-3$

$\Rightarrow a+b+c=\dfrac{\pi}{2}+1+(-3)=\dfrac{\pi}{2}-2$ ，故選(C)

20. $\because(1,3)$在圓外

$\therefore 1^2+3^2+1+3+k>0 \Rightarrow k>-14 \cdots ①$

又$\because(2,-1)$ 在圓內

$\therefore 2^2+(-1)^2+2+(-1)+k<0 \Rightarrow k<-6 \cdots ②$

由①、②知：$-14<k<-6$ ，故選(D)

21. 設圓心 $O(-4,-1)$ ，半徑 $=1$

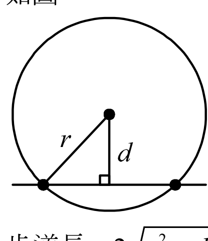
$d(O,\overleftrightarrow{AB})=\dfrac{|-16+3+16|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\dfrac{3}{5}$

$d(O,\overleftrightarrow{AE})=\dfrac{|-4-1+4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$d(O,\overleftrightarrow{DE})=\dfrac{|-4+1+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$d(O,\overleftrightarrow{CD})=\dfrac{|-20-12+44|}{\sqrt{5^2+12^2}}=\dfrac{12}{13}$

如圖



步道長 $=2\sqrt{r^2-d^2}$ ，故 d 最短時，步道最長

$\because d(O,\overleftrightarrow{AB})$最短　$\therefore \overline{AB}$ 爲最長步道，故選(A)

22. $m_{BC}=\dfrac{9-3}{6-(-2)}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore$直線 $\overleftrightarrow{BC}$ 之方程式爲 $y-9=\dfrac{3}{4}(x-6)$

$\Rightarrow 3x-4y+18=0$

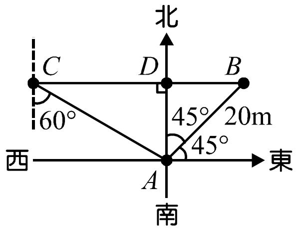
而 $\overline{AD}=d(A,\overleftrightarrow{BC})=\dfrac{|3\times5-4\times10+18|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{7}{5}$ ，故選(B)

23. 如下圖所示，ΔABD 中，$\overline{AD}=\dfrac{20}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}$

而 ΔACD 中，$\angle ACD=30°$，$\angle ADC=90°$，$\overline{AD}=10\sqrt{2}$

$\therefore \sin 30° = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{\overline{AC}}$

$\overline{AC}=\dfrac{10\sqrt{2}}{\sin 30°}=\dfrac{10\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}=20\sqrt{2}$，故選(A)

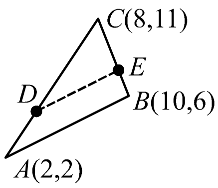


24. $\because \overline{DE} // \overline{AB}$ 且 ΔCDE 面積：ΔABC 面積 $=4:9$

$\therefore \overline{CD}:\overline{CA}=2:3 \Rightarrow \overline{CD}:\overline{DA}=2:1$

由分點公式知 $D(\dfrac{2\times2+1\times8}{2+1},\dfrac{2\times2+1\times11}{2+1})=(4,5)$

$\therefore a+b=4+5=9$，故選(D)



25. 本利和

$=10000\times(1+10\%)^3+10000\times(1+10\%)^2+10000\times(1+10\%)$

$=36410$，故選(C)