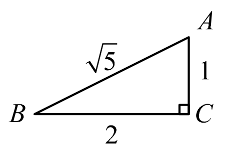
113 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

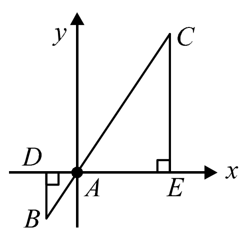
數學(B)卷 113-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	C	D	A	B	A	C	B	A	D	C	D	D	A	C	B	D	C	C	A	D	B	D	A

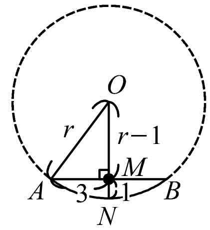
1. $\overrightarrow{AB}=(1-(-2)\,,-3-1)=(3\,,-4)$
   $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$
   $\because$向量 $\vec{u}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 方向相反且 $|\vec{u}|=1$
   $\therefore \vec{u}=-\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=-\dfrac{(3\,,-4)}{5}=-(\dfrac{3}{5}\,,-\dfrac{4}{5})=(-\dfrac{3}{5}\,,\dfrac{4}{5})$
   故選(B)
2. $\because \tan A=2$
   $\therefore$取 $\overline{AC}=1$，$\overline{BC}=2$
   $\Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$
   如圖所示：



   $4\sin B+3\cos B=4\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}+3\times\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$，故選(B)
3. 設甘露梨購買 x 顆，富士蘋果購買 $(8-x)$ 顆，則
   $120x+80(8-x)+30\le 880\Rightarrow 40x\le 210\Rightarrow x\le\dfrac{21}{4}$
   所以甘露梨最多可購買 5 顆，故選(C)
4. $\because$圖形爲一圓
   $\therefore d^2+e^2-4f>0$
   $\Rightarrow(-2)^2+k^2-4\times(k+9)>0\Rightarrow k^2-4k-32>0$
   $\Rightarrow(k-8)(k+4)>0\Rightarrow k>8$ 或 $k<-4$，故選(D)
5. 依題意，如下圖所示

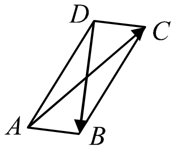


   $\because \Delta ADB$ 與 ΔAEC 爲相似三角形
   $\therefore \overline{AD}:\overline{AE}=\overline{BD}:\overline{CE}$
   即 $3:9=4.5:k\Rightarrow k=13.5$，故選(A)
   [另解]
   設 $A(0\,,0)$、$B(-3\,,-4.5)$、$C(9\,,k)$
   $\because$三點共線
   $\therefore m_{AB}=m_{AC}\Rightarrow\dfrac{(-4.5)-0}{(-3)-0}=\dfrac{k-0}{9-0}\Rightarrow k=13.5$，故選(A)
6. 一個半圓形的弧長：$\theta=180^\circ=\pi$，$r=240\div 6=40$
   $S=r\theta\Rightarrow S=40\times\pi=40\pi$
   $\therefore$三個半圓形步道全長爲 $40\pi\times 3=120\pi$，故選(B)
7. $\deg f(x)=5+3=8\quad\therefore m=8$
   各項係數和 $=f(1)=(6-3-5)\times(2+7+2)=-22$
   $\therefore n=-22$
   x^5 項係數 $=6\times 2+(-3)\times 2=6\quad\therefore k=6$
   $\Rightarrow m+n+k=8+(-22)+6=-8$，故選(A)
8. 兩根之和：$(-5+\sqrt{13})+(-5-\sqrt{13})=-10$
   兩根之積：$(-5+\sqrt{13})\times(-5-\sqrt{13})=25-13=12$
   $\Rightarrow$一元二次方程式：
   $x^2-(-10)x+12=0\Rightarrow x^2+10x+12=0$
   依題意同除以 $2\Rightarrow\dfrac{1}{2}x^2+5x+6=0$
   比較係數得 $a=\dfrac{1}{2}$、$c=6\Rightarrow 2a+c=2\times\dfrac{1}{2}+6=7$
   故選(C)
9. 設圓型看板圓心爲 O，半徑爲 r
   $\because \overline{OA}=\overline{ON}=r\quad\therefore\overline{OM}=r-1$
   又 $\overline{AM}=6\div 2=3$
   在 ΔAOM 中，由畢氏定理可知：
   $r^2=3^2+(r-1)^2\Rightarrow r^2=9+r^2-2r+1\Rightarrow r=5$
   $\therefore$圓形看板面積 $=\pi r^2=25\pi\approx 79$ 平方公尺，故選(B)



10. $\because L_1\perp L_2\Rightarrow 2\times 3+b\times 1=0\Rightarrow b=-6$
    $\therefore L_1：2x-6y=k$
    令 $y=0\Rightarrow x=\dfrac{k}{2}\quad\therefore x$ 截距爲 $\dfrac{k}{2}$
    令 $x=0\Rightarrow y=-\dfrac{k}{6}\quad\therefore y$ 截距爲 $-\dfrac{k}{6}$
    $\dfrac{k}{2}+(-\dfrac{k}{6})=4\Rightarrow\dfrac{2k}{6}=4\Rightarrow k=12$
    $\therefore b-k=(-6)-12=-18$，故選(A)
11. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=(2\,,1)+(5\,,-2)=(7\,,-1)$
    $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=-(5\,,-2)+(2\,,1)$
    $=(-3\,,3)$
    $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{7^2+(-1)^2}=5\sqrt{2}$
    $|\overrightarrow{DB}|=\sqrt{(-3)^2+3^2}=3\sqrt{2}$

$\therefore |\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{DB}|=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$，故選(D)



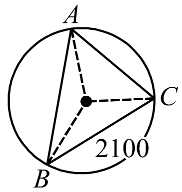
12. 不等式兩邊同乘 12

原式 $\Rightarrow 4(x+2)+9>6(4x+1)-2(5x-3)$

$\Rightarrow 4x+17>14x+12 \Rightarrow -10x>-5 \Rightarrow x<\dfrac{1}{2}$

$\therefore$最大整數解爲 0，故選(C)

13. 因爲電動車充電站到 A 、 B 、 C 三間公司的距離皆相等，所以此距離爲 ΔABC 的外接圓半徑 R 。依題意作圖， $\angle BAC=60°$ 、 $\overline{BC}=2100$



根據正弦定理

$\dfrac{\overline{BC}}{\sin A}=2R \Rightarrow \dfrac{2100}{\sin 60°}=2R \Rightarrow R=700\sqrt{3}$

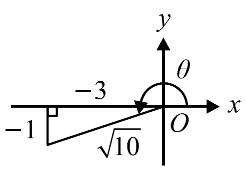
$\therefore$充電站到 A 、 B 、 C 三間公司的距離爲 $700\sqrt{3}$ 公尺，故選(D)

14. $\overline{AC}$ 中點 $B(\dfrac{6+12}{2},\dfrac{-4+10}{2})=(9,3)$

ΔACD 之重心 $G(\dfrac{6+12+(-3)}{3},\dfrac{-4+10+6}{3})=(5,4)$

$\overline{BG}=\sqrt{(9-5)^2+(3-4)^2}=\sqrt{17}$ ，故選(D)

15. $\because \pi<\theta<\dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow \theta$ 爲第三象限角，又 $\tan\theta=\dfrac{1}{3}$ ，如下圖所示



$\therefore$原式 $=(-\sin\theta)\times\cos\theta-\tan\theta$

$=-(-\dfrac{1}{\sqrt{10}})\times(-\dfrac{3}{\sqrt{10}})-\dfrac{1}{3}$

$=-\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{3}=-\dfrac{19}{30}$ ，故選(A)

16. 原式 $=\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x+5)(x+2)}\times\dfrac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x+3)(x-3)}\times\dfrac{(x+5)}{x(x-2)}$

$=\dfrac{x^2-3x+9}{x^2-3x}$

$\Rightarrow a=1$ 、 $b=-3$ 、 $c=9$ 、 $d=1$ 、 $e=-3$ 、 $f=0$

$\therefore a-b+c-d+e-f=1-(-3)+9-1+(-3)-0=9$

故選(C)

17. 直線 AB 的斜率 $m_{AB}=\dfrac{3-27}{1-11}=\dfrac{-24}{-10}=\dfrac{12}{5}$

由點斜式知： $y-3=\dfrac{12}{5}(x-1) \Rightarrow 12x-5y+3=0$

點 C 到直線 AB 的最短距離爲

$\dfrac{|12\times 6+(-5)\times 2+3|}{\sqrt{12^2+(-5)^2}}=\dfrac{65}{13}=5$ ，故選(B)

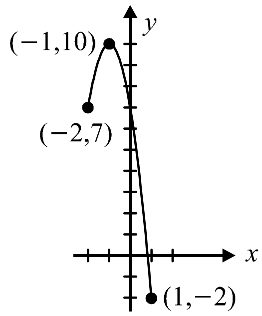
18. $f(x)=-3(x^2+2x+1)+7+3=-3(x+1)^2+10$

$\Rightarrow$ 頂點 $(-1,10)$

$\because -1\in[-2,1]$

又 $f(-2)=-12+12+7=7$ 、 $f(-1)=10$

$f(1)=-3-6+7=-2$



$\therefore$最大値 $M=10$ ，最小値 $m=-2$

$\Rightarrow M-m=10-(-2)=12$ ，故選(D)

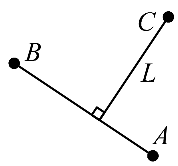
19. $m_{AB}=\dfrac{(-2)-4}{5-(-4)}=-\dfrac{2}{3}$

$\because m_L\times m_{AB}=-1$

$\therefore$所求直線 $m_L=\dfrac{3}{2}$

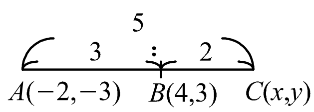
由點斜式可知： L 的直線方程式爲 $y-7=\dfrac{3}{2}(x-6)$

$\Rightarrow 3x-2y-4=0$ ，故選(C)



20. 令 $A(-2,-3)$ 、 $B(4,3)$ 且設新建大樓在點 $C(x,y)$

$\because \overline{AC}：\overline{AB}=5：3 \Rightarrow \overline{AB}：\overline{BC}=3：2$



$4=\dfrac{2\times(-2)+3\times x}{3+2} \Rightarrow x=8$

$3=\dfrac{2\times(-3)+3\times y}{3+2} \Rightarrow y=7$

$\therefore C$ 點坐標 $(8,7)$ ，故選(C)

21. $f(x)-g(x)$

$=(x^4+6x^3+ax^2-4x+7)-(3x^3+5x^2-x+b)$

$=x^4+3x^3+(a-5)x^2-3x+(7-b)$

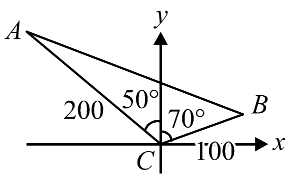
$\because f(x)-g(x)$ 可以被 x^2+2x-1 整除，餘式爲 0

由長除法可知

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1+1-1 \\
\hline
1+2-1 & 1+3+(a-5)-3+(7-b) \\
 & 1+2-\quad 1 \\
\hline
 & \quad 1+(a-4)-3 \\
 & \quad 1+\quad 2\quad -1 \\
\hline
 & \qquad (a-6)-2+(7-b) \\
 & \qquad\quad -1\quad -2+\quad 1 \\
\hline
 & \qquad (a-5)+0+(6-b)
\end{array}
$$

$\therefore \begin{cases} a-5=0 \\ 6-b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow a+b=11$，故選(A)

22. 依題意如下圖所示：



$\Rightarrow \angle ACB = 50° + 70° = 120°$

根據餘弦定理得知

$\overline{AB}^2 = 200^2 + 100^2 - 2 \times 200 \times 100 \times \cos 120°$

$= 40000 + 10000 - 40000 \times (-\frac{1}{2}) = 70000$

$\Rightarrow \overline{AB} = 100\sqrt{7}$ 公尺，故選(D)

23. 圓心 $(3,-1)$，半徑 $r=6$

直線 L_1：$ax-12y+k=0 \Rightarrow m_1 = -\frac{a}{-12} = \frac{a}{12}$

直線 L_2：$3x-4y+9=0 \Rightarrow m_2 = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

$\because$直線 $L_1 \,//\, L_2 \Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{a}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow a=9$

$\therefore$直線 L_1 爲 $9x-12y+k=0$

又直線 L_1 與圓 C 相切

$\therefore d = r \Rightarrow \frac{|9\times 3 - 12\times(-1)+k|}{\sqrt{9^2+(-12)^2}} = 6 \Rightarrow \frac{|39+k|}{15} = 6$

$\Rightarrow 39+k=90$ 或 $39+k=-90$

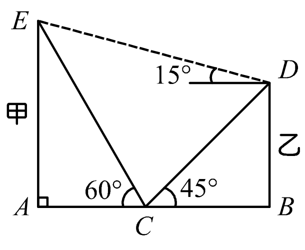
$\Rightarrow k=51$ 或 $k=-129$ (不合)

$\therefore a+k=9+51=60$，故選(B)

24. $\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{-12}{4\times 6} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \theta = 120°$

$\therefore \sin 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}$，故選(D)

25. 設甲棟大樓樓底爲 A，乙棟大樓樓底爲 B，便利商店爲 C，如圖所示：



在 ΔBCD 中，$\angle BCD = 45°$，且 $\overline{BD} = 40$ 公尺

$\frac{40}{\overline{CD}} = \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \overline{CD} = 40\sqrt{2}$ 公尺

在 ΔCDE 中　$\because \angle CDE = 45° + 15° = 60°$

且 $\angle DCE = 180° - 60° - 45° = 75° \Rightarrow \angle CED = 45°$

根據正弦定理得知

$\frac{\overline{CE}}{\sin 60°} = \frac{40\sqrt{2}}{\sin 45°} \Rightarrow \overline{CE} = 40\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2} = 40\sqrt{3}$

在 ΔACE 中，$\frac{\overline{AE}}{40\sqrt{3}} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \overline{AE} = 60$ 公尺

$\therefore$甲棟大樓的高度爲 60 公尺，故選(A)