

113 學年度四技二專第三次聯合模擬考試

共同科目 數學(A)卷 詳解

數學(A)卷

113-3-A

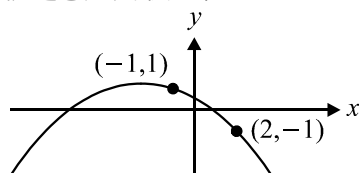
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	C	C	D	A	B	C	C	A	D	B	C	D	A	C	D	C	B	A	A	A	D	B

1. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = 12 + 7 = 19$

$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 7 + 8 = 15$

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} + \frac{1}{2}\overline{BD} - \overline{BC} = \frac{19}{2} + \frac{15}{2} - 7 = 10$ ，故選(B)

2. 依題意知圖形如下



(A) y 的最大值大於 1

(B) $x=0$ 時 $y=f(0)<1$

(C) $x=1$ 時 $y=f(1)<1$

(D) $x=3$ 時 $y=f(3)<-1$

故選(D)

3. 由題意可知，在坐標平面上，每單位長度代表 50 公尺

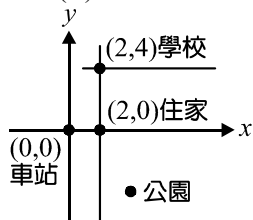
∴公園在學校東方 100 公尺，再往南 400 公尺

∴公園在 (4, -4) 處

過 (2, 0)、(4, -4) 之直線斜率 $m = \frac{-4-0}{4-2} = -2$

利用點斜式 $y-0 = -2(x-2)$ 得直線方程式為 $2x+y=4$

故選(B)



4. 令 $C(x, 0)$ ∵ $\angle BCA = 90^\circ$ ∴ $\overline{BC} \perp \overline{AC}$

$m_{BC} \times m_{AC} = -1$ ， $\frac{4-0}{1-x} \times \frac{-3-0}{2-x} = -1$

$-12 = -(1-x)(2-x)$ ， $x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x-5)(x+2) = 0$ ， $x=5$ 或 $x=-2$

即 C 點為 (5, 0) 或 (-2, 0)， $5+(-2)=3$

故選(C)

5. $1+1-8+6 \mid 1$

$+1+2-6 \mid$

$1+2-6, 0$

$x^3 + x^2 - 8x + 6 = (x-1)(x^2 + 2x - 6)$

∴ α 、 β 為 $x^2 + 2x - 6 = 0$ 的兩根

利用根與係數關係，得 $\alpha + \beta = -2$ 、 $\alpha\beta = -6$

則 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$ ，故選(C)

6. $5x^2 - 3 = A(x^2 + x - 1) + (Bx + C)(x - 1)$

$= (A+B)x^2 + (A-B+C)x + (-A-C)$

比較係數得 $\begin{cases} A+B=5 \\ A-B+C=0 \\ -A-C=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=3 \\ C=1 \end{cases}$

∴ $A+B+C=6$ ，故選(D)

7. $\cos^2(45^\circ + \theta) - \sin^2(45^\circ - \theta)$

$= \sin^2[90^\circ - (45^\circ + \theta)] - \sin^2(45^\circ - \theta)$

$= \sin^2(45^\circ - \theta) - \sin^2(45^\circ - \theta) = 0$ ，故選(A)

8. ∵ $-1085^\circ = (-4) \times 360^\circ + 355^\circ \in \text{IV}$ ， $330^\circ \in \text{IV}$

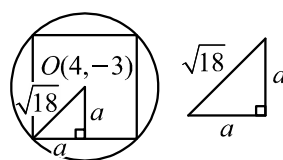
∴ $\sin(-1085^\circ) < 0$ ， $\cos 330^\circ > 0$

得 $(\sin(-1085^\circ), \cos 330^\circ) \in \text{II}$ ，故選(B)

9. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 7 = 0$

$\Rightarrow (x-4)^2 + (y+3)^2 = -7 + 16 + 9$

$\Rightarrow (x-4)^2 + (y+3)^2 = 18$ ∴ 半徑為 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$



而 $a^2 + a^2 = (\sqrt{18})^2$ ， $2a^2 = 18$ ， $a^2 = 9$ ， $a = 3$

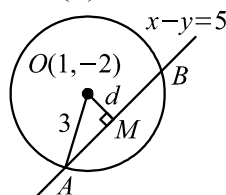
得正方形邊長為 6，面積為 36，故選(C)

10. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ ， $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 + 1 + 4$

∴ $O(1, -2)$ ， $r=3$ ， $d = \frac{|1 - (-2) - 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$\overline{AM}^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2$ ， $\overline{AM} = \sqrt{7}$ ， $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2\sqrt{7}$

故選(C)



11. $a = (-2)^5 = -32$ ， $b = -3^4 = -81$ ， $c = -2^2 \times 3^2 = -36$

∴ $a > c > b$ ，故選(A)

12. [法一]

$a \times (-\frac{7}{8})^2 = b \times (-\frac{8}{9})^2 = c \times (-\frac{9}{10})^2$

∴ $0 < (-\frac{7}{8})^2 < (-\frac{8}{9})^2 < (-\frac{9}{10})^2$ ∴ $|a| > |b| > |c|$

又 a 、 b 、 c 皆為負數，可知 $a < b < c$ ，故選(D)
[法二]

$$a \times \left(-\frac{7}{8}\right)^2 = b \times \left(-\frac{8}{9}\right)^2 = c \times \left(-\frac{9}{10}\right)^2$$

因為 a 、 b 、 c 皆為負數

$$\text{所以假設 } a \times \frac{49}{64} = b \times \frac{64}{81} = c \times \frac{81}{100} = -1$$

$$\Rightarrow a = -\frac{64}{49}、b = -\frac{81}{64}、c = -\frac{100}{81}$$

$$\Rightarrow -\frac{100}{81} > -\frac{81}{64} > -\frac{64}{49} \Rightarrow c > b > a，\text{故選(D)}$$

$$13. 5 \leq \log 3^n < 6, 5 \leq n \times \log 3 < 6$$

$$\frac{5}{\log 3} \leq n < \frac{6}{\log 3}, \frac{5}{0.4771} \leq n < \frac{6}{0.4771}$$

$$10.47 \leq n < 12.58 \quad \therefore n \text{ 最小為 } 11, \text{故選(B)}$$

$$14. \text{設最外層每邊 } x \text{ 人}$$

則第二層每邊 $x-2$ 人、第三層每邊 $x-4$ 人

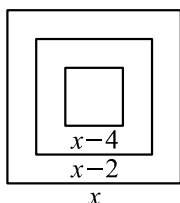
$$\therefore \text{最外層有 } 4(x-1) = 4x-4 \text{ 人}$$

$$\text{第二層有 } 4(x-2-1) = 4x-12 \text{ 人}$$

$$\text{第三層有 } 4(x-4-1) = 4x-20 \text{ 人}$$

$$(4x-4) + (4x-12) + (4x-20) = 108, 12x-36 = 108$$

$$12x = 144, x = 12, \text{故選(C)}$$



15. 第 1 個圖形中有 4 個 $\triangle$ (百合花)、1 個 $\bigcirc$ (繡球花)
第 2 個圖形中有 8 個 $\triangle$ (百合花)、4 個 $\bigcirc$ (繡球花)
第 3 個圖形中有 12 個 $\triangle$ (百合花)、9 個 $\bigcirc$ (繡球花)
第 4 個圖形中有 16 個 $\triangle$ (百合花)、16 個 $\bigcirc$ (繡球花)
第 n 個圖形中有 $4n$ 個 $\triangle$ (百合花)、 n^2 個 $\bigcirc$ (繡球花)
 $\therefore$ 第 10 個圖形有 40 個 $\triangle$ 、100 個 $\bigcirc$
得 $40+100=140$ ，故選(D)

$$16. \log 10^{3.0755} = 3.0755 \log 10 = 3.0755 = 3 + 0.0755$$

$$= \log 10^3 + \log 1.19 = \log 1190$$

$$\therefore 10^{3.0755} = 1190, \text{故選(A)}$$

$$17. a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{30} = 582 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{29} = 522 \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 得 } (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + \cdots + (a_{30} - a_{29}) = 60$$

$$15d = 60, d = 4, \text{故選(C)}$$

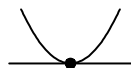
$$18. \left[\left(\frac{\sqrt[3]{243}}{3} \right)^4 \times \frac{1}{3\sqrt{3}} \right]^{-\frac{12}{7}} = \left[(3^{\frac{5}{3}-1})^4 \times 3^{-\frac{3}{2}} \right]^{-\frac{12}{7}} = [3^{\frac{2}{3} \times 4} \times 3^{-\frac{3}{2}}]^{-\frac{12}{7}}$$

$$= (3^{\frac{8}{3}-\frac{3}{2}})^{-\frac{12}{7}} = 3^{\frac{7}{6} \times (-\frac{12}{7})} = 3^{-2} = \frac{1}{9}, \text{故選(D)}$$

$$19. \log_{10} \left(\frac{x^3}{y} \right) = \log_{10} x^3 - \log_{10} y = 3 \log_{10} x - \log_{10} y$$

$$= 3 \times 3.4 - 0.2 = 10, \text{故選(C)}$$

$$20. 3x^2 + 6x + c \leq 0 \text{ 只有一個解}$$

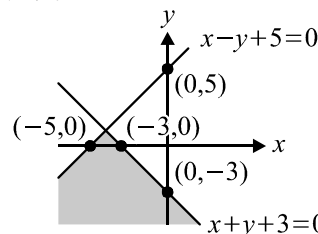


$$\therefore b^2 - 4ac = 36 - 12c = 0, c = 3, \text{故選(B)}$$

$$21. ax + by + c > 0, \text{又 } b > 0$$

$\therefore$ 其圖形在直線 $ax + by + c = 0$ 的上半平面，故選(A)

22. 如圖



$\therefore$ 不經過第一象限，故選(A)

$$23. x=1 \text{ 時，代入 } \begin{cases} 6x+y-15 < 0 \\ x+6y-15 < 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} y < 9 \\ y < \frac{14}{6} \end{cases} \Rightarrow y = 1, 2$$

$$x=2 \text{ 時，代入 } \begin{cases} 6x+y-15 < 0 \\ x+6y-15 < 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} y < 3 \\ y < \frac{13}{6} \end{cases} \Rightarrow y = 1, 2$$

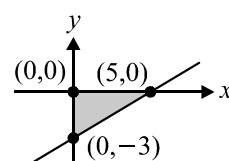
$$x=3 \text{ 時，代入 } \begin{cases} 6x+y-15 < 0 \\ x+6y-15 < 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} y < -3 \\ y < \frac{12}{6} \end{cases}$$

$\Rightarrow y$ 沒有正整數解

x	1	2	
y	1	1	
	2	2	

共有 $(1, 1)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(2, 2)$ 等 4 組正整數解，故選(A)

$$24. \text{可行解區域頂點有 } (0, 0)、(0, -3)、(5, 0)$$



$$f(0, 0) = 0, f(0, -3) = -3, f(5, 0) = 15$$

$\therefore$ 最小值 $= -3$ ，故選(D)

$$25. x^2 - 2x - 15 < 0 \Rightarrow (x+3)(x-5) < 0 \Rightarrow -3 < x < 5$$

$$(A) (x-3)(x+5) < 0 \Rightarrow -5 < x < 3$$

$$(B) (x-1)^2 < 16 \Rightarrow -4 < x-1 < 4 \Rightarrow -3 < x < 5$$

$$(C) -1 < x-4 < 1 \Rightarrow 3 < x < 5$$

$$(D) -x^2 + 2x + 15 < 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 > 0$$

$$(x+3)(x-5) > 0 \Rightarrow x < -3 \text{ 或 } x > 5$$

故選(B)