

113 學年度四技二專第四次聯合模擬考試

共同科目 數學(A)卷 詳解

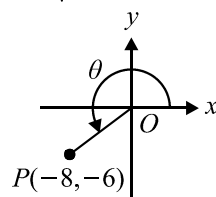
數學(A)卷

113-4-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	B	B	A	D	B	C	A	A	D	C	C	B	D	C	A	B	D	C	D	B	B	A

1. $f(x) = ax^5 + (b-2)x^4 + 3x^2 + 2x + 3$
 $\because f(x)$ 是 x 的二次多項式 $\therefore \begin{cases} a=0 \\ b-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$
 可知 $a+b=2$ ，故選(D)
2. $\because \sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3} \therefore (\sin \theta - \cos \theta)^2 = (\frac{\sqrt{2}}{3})^2$
 $\Rightarrow \sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{2}{9}$
 $\Rightarrow 1 - 2\sin \theta \cos \theta = \frac{2}{9} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ ，故選(C)
3. $x^2 + y^2 + 2x + 2y + k = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = -k + 2$
 $\therefore$ 圖形是一個圓 $\therefore -k + 2 > 0 \Rightarrow k < 2$ ，故選(A)
4. $\because a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 10$ 且 $a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 60$
 $\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 70$
 $\Rightarrow (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + (a_4 + a_{n-3}) = 70$
 $\Rightarrow 4(a_1 + a_n) = 70 \Rightarrow a_1 + a_n = \frac{35}{2}$ ，而 $S_n = 210$
 $\therefore \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = 210 \Rightarrow n \times \frac{35}{4} = 210 \Rightarrow n = 24$ ，故選(B)
5. $\because 1 < x < \frac{3}{2} \therefore (x-1)(2x-3) < 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 < 0$
 與 $x^2 - ax + b < 0$ 比較係數知 $a = \frac{5}{2}$ 且 $b = \frac{3}{2}$
 可知 $2bx^2 - ax - 3 > 0 \Rightarrow 3x^2 - \frac{5}{2}x - 3 > 0$
 $\Rightarrow 6x^2 - 5x - 6 > 0 \Rightarrow (2x-3)(3x+2) > 0$
 $\Rightarrow x > \frac{3}{2}$ 或 $x < -\frac{2}{3}$
 $\therefore A = \frac{3}{2}$ 且 $B = -\frac{2}{3} \Rightarrow A - B = \frac{13}{6}$ ，故選(B)
6. $\because a = \log 5 \therefore 10^a = 5$ 又 $\because b = \log 2 \therefore 10^b = 2$
 而 $10^{a-b+2} = 10^a \times \frac{1}{10^b} \times 10^2 = 5 \times \frac{1}{2} \times 100 = 250$ ，故選(A)
7. $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ ，故選(D)
8. 設人員有 n 人 $\therefore C_2^n = 45 \Rightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 45$
 $\Rightarrow n(n-1) = 90 \Rightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Rightarrow (n-10)(n+9) = 0$
 $\therefore n = 10$ 或 -9 (負不合)，故選(B)
9. $\frac{C_1^{15} \times C_1^{15} \times C_1^{15}}{C_3^{45}} = \frac{15 \times 15 \times 15}{45!} = \frac{15 \times 15 \times 15}{45 \times 44 \times 43}$
 $= \frac{15 \times 15 \times 15}{15 \times 22 \times 43} = \frac{225}{946}$ ，故選(C)

10. $\because$ 中位數 $= 59 \therefore \frac{a+b}{2} = 59 \Rightarrow a+b = 118$
 又 $\because$ 算術平均數 $= 60$
 $\therefore \frac{51+53+a+2b+76}{6} = 60 \Rightarrow a+2b = 180$
 而 $\begin{cases} a+b=118 \\ a+2b=180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=56 \\ b=62 \end{cases}$
 其標準差
 $= \sqrt{\frac{(51-60)^2 + (53-60)^2 + (56-60)^2 + (62-60)^2 \times 2 + (76-60)^2}{6}}$
 $= \sqrt{\frac{410}{6}} = \sqrt{\frac{205}{3}}$ ，故選(A)
11. 機車引道之高度 $= 200 \times 21\% = 42$
 設增加水平長度 x 公尺
 $\therefore \frac{42}{200+x} \times 100\% = 12\% \Rightarrow \frac{42}{200+x} = 0.12$
 $\Rightarrow 24 + 0.12x = 42 \Rightarrow 0.12x = 18 \Rightarrow x = 150$ ，故選(A)
12. 斜線通過兩點 $(3000, 559)$ 、 $(3200, 579)$
 $\therefore m = \frac{579-559}{3200-3000} = \frac{1}{10} \Rightarrow B = \frac{1}{10} \cdots \textcircled{1}$
 斜線方程式為 $y - 559 = \frac{1}{10}(x - 3000)$
 即 $y = \frac{1}{10}x + 259$ ，而 $x = 2400$ 代入 $y = \frac{1}{10}x + 259$
 $\therefore y = \frac{1}{10} \times 2400 + 259 = 499 \Rightarrow A = 499 \cdots \textcircled{2}$
 由 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 可知： $AB = \frac{1}{10} \times 499 = 49.9$ ，故選(D)
13. 令 $f(x) = x^5 - 7x^4 - 19x^3 + 12x^2 - 26x + 2$
 由餘式定理知： $f(x)$ 除以 $x-9$ 之餘式 $= f(9)$
 $\therefore 1 - 7 - 19 + 12 - 26 + 2 \Big| 9$
 $\quad \quad \quad + 9 + 18 - 9 + 27 + 9 \Big|$
 $\quad \quad \quad 1 + 2 - 1 + 3 + 1 \Big| + 11$
 可知 $f(9) = 11$ ，故選(C)
14. $r = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 10$

(A) θ 是第三象限角(B) $\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-8}{10} = -\frac{4}{5}$

$$(C) \tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta = -\frac{-6}{-8} = \frac{-3}{4}$$

$$(D) \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cos \theta = -\frac{-8}{10} = \frac{4}{5}$$

由上可知(C)正確，故選(C)

15. 圓 $C_1: (x-3)^2 + (y+5)^2 = 4$ ，其面積 $= 4\pi$

$\therefore$ 圓 C_2 的面積是圓 C_1 的 5 倍 $\therefore$ 圓 C_2 的面積 $= 20\pi$

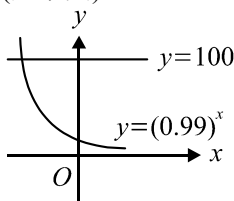
$$\Rightarrow \text{圓 } C_2 \text{ 的方程式為 } (x+5)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x - 14y + 54 = 0$$

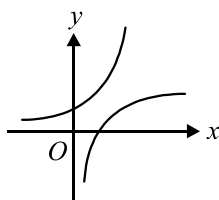
$$\therefore a=10, b=-14, c=54 \Rightarrow a+b+c=50, \text{ 故選(B)}$$

16. (A) $y = \log x$ 的圖形與 y 軸不相交

(B) $y = (0.99)^x$ 的圖形與水平線 $y=100$ 相交於 1 點 (如下圖)



(C) $y = \log_2 x$ 與 $y = 2^x$ 沒有交點 (如下圖)



(D) $k = \log_2 0.01 < \log_2 1 = 0 \therefore k < 0$

由上可知(D)正確，故選(D)

17. $\therefore$ 去除了最大與最小兩筆數據，不會影響整體之大小關係 $\therefore$ 中位數一定不會改變，故選(C)

18. $2(1 - \sin^2 \theta) + 3\sin \theta = 0 \Rightarrow 2\sin^2 \theta - 3\sin \theta - 2 = 0$

$$\Rightarrow (2\sin \theta + 1)(\sin \theta - 2) = 0 \therefore \sin \theta = \frac{-1}{2} \text{ 或 } 2 \text{ (不合)}$$

又 $\cos \theta < 0 \therefore \theta$ 為第三象限角

$$\Rightarrow \theta = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ, \text{ 故選(A)}$$

19. 視為 $A、A、A、B、B、C、D$ 之排列

$$\therefore \text{分法有 } \frac{7!}{3!2!} = 420, \text{ 故選(B)}$$

20. 取 1 個紅包袋所得金額之期望值

$$= \frac{1000 \times 1 + 500 \times 2 + 100 \times 3 + (-400) \times 4}{10} = 70 \text{ 元}$$

$\therefore$ 取 3 個紅包袋所得金額之期望值 $= 70 \times 3 = 210$ 元
故選(D)

21. 第 1 次移走 1 個正三角形 $= 1 \times (256 \times \frac{1}{4}) = 64$

$$\text{第 2 次移走 3 個正三角形} = 3 \times (256 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}) = 48$$

$$\text{第 3 次移走 9 個正三角形} = 9 \times [256 \times (\frac{1}{4})^3] = 36$$

$$\text{第 4 次移走 27 個正三角形} = 27 \times [256 \times (\frac{1}{4})^4] = 27$$

$$\therefore 64 + 48 + 36 + 27 = 175, \text{ 故選(C)}$$

22. 令購物中心之坐標為 $P(k, 0) \therefore \overline{PA} = \overline{PB}$

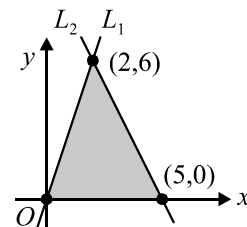
$$\therefore \sqrt{(k+1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{(k-3)^2 + (0-5)^2}$$

$$\Rightarrow k^2 + 2k + 1 + 9 = k^2 - 6k + 9 + 25 \Rightarrow 8k = 24 \Rightarrow k = 3$$

$\therefore$ 購物中心之坐標為 $(3, 0)$

$$\Rightarrow \overline{PA} = \sqrt{(3+1)^2 + (0-3)^2} = 5, \text{ 故選(D)}$$

23.



$\therefore L_1$ 通過原點

$\therefore L_1$ 之方程式為 $ax - y = 0$ 將 $(2, 6)$ 代入

$$\therefore 2a - 6 = 0 \Rightarrow a = 3$$

而直線 $L_2: bx + cy = 10$ 通過兩點 $(2, 6)$ 、 $(5, 0)$

$$\therefore \begin{cases} 2b + 6c = 10 \\ 5b = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

由上可知 $a + b + c = 3 + 2 + 1 = 6$ ，故選(B)

24. 設小島之原始面積為 A

$$\therefore A \times (0.9)^n < A \times (0.1) \Rightarrow (0.9)^n < 0.1$$

$$\Rightarrow \log(0.9)^n < \log(0.1) \Rightarrow n \cdot \log \frac{9}{10} < -1$$

$$\Rightarrow n(\log 9 - \log 10) < -1 \Rightarrow n(2 \log 3 - 1) < -1$$

$$\Rightarrow n > 21.834 \dots \therefore \text{正整數 } n \text{ 之最小值為 } 22, \text{ 故選(B)}$$

25. $\therefore$ 右方 $>$ 左方且上方 $>$ 下方

$$\therefore 1 \text{ 會放在 } D, \text{ 且 } 6 \text{ 會放在 } C, \text{ 即 } \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & 6 \\ \hline 1 & E & F \\ \hline \end{array}$$

再依序放入 2、3、4、5，其可能方式如下：

A	2	2	3	3	4
E	3	3	2	2	2
B	4	5	4	5	5
F	5	4	5	4	3

有 5 種不同方式，故選(A)

