

113 學年度四技二專第四次聯合模擬考試

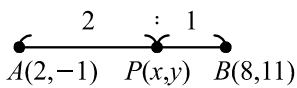
共同科目 數學(B)卷 詳解

數學(B)卷

113-4-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	A	B	A	C	C	D	C	A	B	C	D	B	C	C	D	A	B	D	C	B	A	B

$$1. \because \overline{AP} = 2\overline{BP} \Rightarrow \overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$$



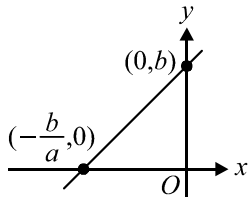
利用分點公式得

$$x = \frac{2 \times 8 + 1 \times 2}{2 + 1} = \frac{18}{3} = 6, \quad y = \frac{2 \times 11 + 1 \times (-1)}{2 + 1} = \frac{21}{3} = 7$$

 $\therefore P(6, 7) \Rightarrow x + y = 13$ ，故選(D)

$$2. \because y = f(x) = ax + b \Rightarrow$$

x	0	$-\frac{b}{a}$
y	b	0



$$\text{由圖知 } \begin{cases} b > 0 \\ -\frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow a > 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b > 0 \\ ab > 0 \end{cases}$$

 $\therefore P(a+b, ab)$ 為(+, +)，在第一象限，故選(A)

[另解]

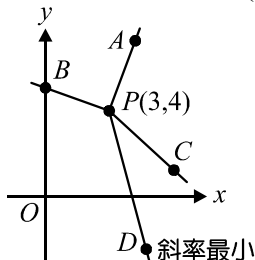
因為 $f(x) = ax + b$ 的斜率為 a ， y 截距為 b

$$\text{可知 } a > 0, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b > 0 \\ ab > 0 \end{cases}$$

 $\therefore P(a+b, ab)$ 為(+, +)，在第一象限，故選(A)

3. 由點斜式得知：方程式 $y - 4 = m(x - 3)$ 為恆過點 $P(3, 4)$ ，斜率為 m 的直線

作各點與 P 點的連線，再比較斜率的大小，可得 $\overline{PD}$ 斜率之值最小，故選(D)



4. 假設 B 、 C 的中點為 D ，利用中點公式得

$$D = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{3+(-1)}{2} \right) = (3, 1)$$

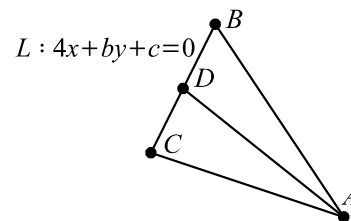
$$\overline{AD} \text{ 的斜率為 } \frac{-3-1}{8-3} = -\frac{4}{5} \Rightarrow m_L = -\frac{4}{5}$$

利用點斜式：

$$L \text{ 的直線方程式為 } y - (-3) = -\frac{4}{5}(x - 8)$$

$$\Rightarrow 5y + 15 = -4x + 32 \Rightarrow 4x + 5y - 17 = 0$$

$$\Rightarrow b = 5, c = -17 \Rightarrow b + c = -12, \text{ 故選(A)}$$



5. 由除法原理得 $f(x) = x^{11} + 3x - 1 = (x+1)Q(x) + r$

將 $x = -1$ 代入式子得

$$f(-1) = (-1)^{11} + 3(-1) - 1 = r \Rightarrow r = -5$$

再將 $x = 1$ 代入式子得

$$f(1) = 1 + 3 - 1 = 2Q(1) + (-5) \Rightarrow Q(1) = 4$$

$$\therefore Q(1) + r = 4 + (-5) = -1, \text{ 故選(B)}$$

6. 因為分式可以再約分

所以 $x^3 + mx^2 + x - 2$ 有因式 $x + 2$

$$\text{由因式定理得知：} (-2)^3 + m(-2)^2 + (-2) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 4m - 12 = 0 \Rightarrow m = 3, \text{ 故選(A)}$$

$$7. \text{ 由 } \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos \theta} = \frac{4}{3} \text{ 左式通分得 } \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \theta + \sin \theta = \frac{4}{3} \sin \theta \cos \theta, \text{ 兩邊平方得}$$

$$\cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta = \frac{16}{9} (\sin \theta \cos \theta)^2$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{16}{9} (\sin \theta \cos \theta)^2$$

$$\text{同乘以 } 9 \Rightarrow 9 + 18 \sin \theta \cos \theta = 16 (\sin \theta \cos \theta)^2$$

$$\text{令 } \sin \theta \cos \theta = x, \text{ 得 } 16x^2 - 18x - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (8x + 3)(2x - 3) = 0, \text{ 解得 } x = -\frac{3}{8} \text{ 或 } \frac{3}{2}$$

因為 $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ 且 $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ ，所以 $\frac{3}{2}$ 不合

$$\text{即 } \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}, \text{ 故選(C)}$$

8. (A) 錯誤：根據廣義三角函數的定義

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{y}{-6} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = -4$$

(B) 錯誤：因為 $P(-6, -4)$ ，所以 θ 為第三象限角

$$(C) \text{ 正確：} \overline{OP} = \sqrt{(-6-0)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$(D) \text{ 錯誤：} \cos \theta = \frac{-6}{2\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}}$$

故選(C)

$$9. \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 45^\circ \Rightarrow 2k - 1 = \sqrt{5} \sqrt{k^2 + 1} \frac{1}{\sqrt{2}} \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{將兩邊平方得 } 4k^2 - 4k + 1 = \frac{5}{2}(k^2 + 1)$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 8k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3 \text{ 或 } -\frac{1}{3} \text{ (代入①不合)}$$

故選(D)

10. 假設洞口位置為 B 點，根據題意，必須 $\overrightarrow{AB} \parallel (3, -2)$

$$(A) \overrightarrow{AB} = (8-1, -2-4) = (7, -6) \nparallel (3, -2)$$

$$(B) \overrightarrow{AB} = (8-1, 2-4) = (7, -2) \nparallel (3, -2)$$

$$(C) \overrightarrow{AB} = (10-1, -2-4) = (9, -6) \parallel (3, -2)$$

$$(D) \overrightarrow{AB} = (10-1, 2-4) = (9, -2) \nparallel (3, -2)$$

故選(C)

11. 兩小圓的圓心 $O_1(-4, -2)$ 、 $O_2(6, -2)$ ，半徑皆為 2，

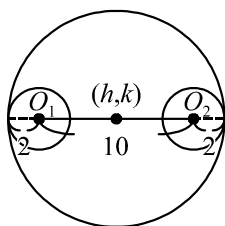
$$\overline{O_1O_2} = 6 - (-4) = 10$$

大圓圓心 (h, k) 為 O_1 、 O_2 的中點

$$\text{即 } (h, k) = \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{-2+(-2)}{2} \right) = (1, -2)$$

大圓的直徑長為 $10 + 2 + 2 = 14 \Rightarrow$ 半徑 $R = 7$

$$\Rightarrow h + k + R = 1 + (-2) + 7 = 6, \text{ 故選(A)}$$



$$12. \text{利用配方法: } x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 + y^2 + 2y + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 20 + 5$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2 \Rightarrow \text{圓心 } (2, -1), \text{ 半徑 } r = 5,$$

因為 $\overline{AB} = 10 = 2r$ ，所以 $\overline{AB}$ 為直徑，即圓心 $(2, -1)$ 在直線 $mx + y - m = 0$ 上 $\Rightarrow m \times 2 + (-1) - m = 0 \Rightarrow m = 1$ ，故選(B)

13. 由題意可知每一排的數量呈等差數列，利用等差級數公式 $S_n = n \times \text{中間項}$ ，可得 $703 = n \times 37 \Rightarrow n = 19$

即總共有 19 排，故選(C)

$$14. \text{由題意可知 } \frac{\text{邊長 } A_n B_n}{\text{邊長 } A_{n-1} B_{n-1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\text{正方形 } A_n B_n C_n D_n \text{ 的面積}}{\text{正方形 } A_{n-1} B_{n-1} C_{n-1} D_{n-1} \text{ 的面積}} = \frac{1}{2}$$

設 $\overline{A_1 B_1} = a$ ，面積總和為

$$a^2 + a^2 \times \frac{1}{2} + \cdots + \text{第十個正方形面積} = \frac{1023}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 \times [1 - (\frac{1}{2})^{10}]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1023}{2} \Rightarrow a^2 \times \frac{1023}{512} = \frac{1023}{2} \Rightarrow a = 16$$

則周長總和為 $4a + 4a \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \cdots + \text{第十個正方形周長}$

$$= \frac{64 \times [1 - (\frac{\sqrt{2}}{2})^{10}]}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{64 \times (\frac{31}{32})}{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}} = \frac{124}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{124(2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = 124 + 62\sqrt{2}, \text{ 故選(D)}$$

$$15. \text{由題意得 } \begin{cases} 2x - 7 > 0 \\ (2x - 7) \times 5 < 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{7}{2} \\ x < 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{7}{2} < x < 12$$

$\Rightarrow x$ 為正整數的解有 4、5、6、7、8、9、10、11 共 8 個，故選(B)

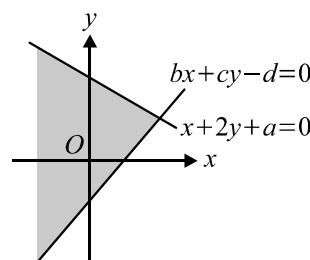
16. 假設 α 、 $\alpha + 1$ 為二次方程式 $x^2 - 5x + k = 0$ 的兩根

$$\text{由根與係數的關係知 } \begin{cases} \alpha + (\alpha + 1) = -\frac{-5}{1} = 5 \cdots \textcircled{1} \\ \alpha(\alpha + 1) = \frac{k}{1} = k \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\text{由①得: } 2\alpha + 1 = 5 \Rightarrow \alpha = 2 \text{ 代入②得: } k = 2 \times 3 = 6$$

因此 $6x^2 + 8x + 2 = 0$ 的兩根乘積為 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ，故選(C)

$$17. \text{原式 } \begin{cases} x + 2y + a \leq 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \\ bx + cy - d \geq 0 \Rightarrow m = -\frac{b}{c} \end{cases}, \text{ 直線位置如圖所示}$$



$$x + 2y + a = 0 : \text{代 } x = 0 \text{ 得 } y = -\frac{a}{2} > 0 \Rightarrow a < 0$$

$$\text{將 } (0, 0) \text{ 代入 } bx + cy - d > 0 \text{ 得 } -d > 0 \Rightarrow d < 0$$

$$bx + cy - d = 0 : \text{代 } y = 0 \text{ 得 } x = \frac{d}{b} > 0 \Rightarrow b < 0$$

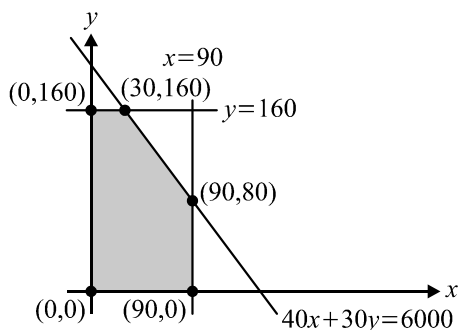
$$bx + cy - d = 0 : \text{代 } x = 0 \text{ 得 } y = \frac{d}{c} < 0 \Rightarrow c > 0, \text{ 故選(C)}$$

18.

	爆米花	糖葫蘆
成本	每包 40 元	每支 30 元
利潤	每包 25 元	每支 20 元
數量	x 包	y 支

$$\text{根據題意, 已知條件 } \begin{cases} 40x + 30y \leq 6000 \\ 0 \leq x \leq 90 \\ 0 \leq y \leq 160 \end{cases}$$

目標函數為利潤函數 $f(x, y) = 25x + 20y$ 元



將可行解區域的頂點代入目標函數得

(x, y)	$f(x, y) = 25x + 20y$
$(90, 0)$	2250
$(90, 80)$	3850
$(30, 160)$	3950
$(0, 160)$	3200
$(0, 0)$	0

當 $x=30$ 、 $y=160$ 時，最大利潤為 3950 元，故選(D)

19. 假設製圖教室的亮度感覺為 y_1 、路燈的亮度感覺為 y_2

$$\begin{aligned} \text{依題意可知 } \begin{cases} y_1 = a \log 1000 \\ y_2 = a \log 40 \end{cases} &\Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = \frac{a \log 1000}{a \log 40} \\ &= \frac{3}{\log 10 + \log 4} = \frac{3}{\log 10 + 2 \log 2} \approx \frac{3}{1.602} \approx \frac{30}{16} \\ &= 1.875 \text{ 倍，故選(A)} \end{aligned}$$

20. 假設貓的體重為 M ，馬的體重為 $100M$ ，貓的基礎代謝率為 $kM^{\frac{3}{4}}$ ，馬的基礎代謝率為 $k(100M)^{\frac{3}{4}} = 100^{\frac{3}{4}} kM^{\frac{3}{4}}$ ，

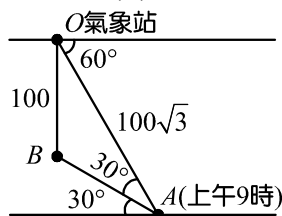
馬的基礎代謝是貓的 $100^{\frac{3}{4}}$ 倍

$$100^{\frac{3}{4}} = (10^2)^{\frac{3}{4}} = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10} \approx 30, \text{ 故選(B)}$$

21. 假設氣象站在 O 點，當颱風中心位於 B 點時，氣象站會開始進入暴風圈。根據題意，在 $\triangle AOB$ 中， $\overline{OA} = 100\sqrt{3}$ ， $\overline{OB} = 100$ ，假設 $\overline{AB} = x$ ，利用餘弦定理得 $(100)^2 = (100\sqrt{3})^2 + (x)^2 - 2 \times 100\sqrt{3} \cdot x \cdot \cos 30^\circ$
 $\Rightarrow x^2 - 300x + 20000 = 0 \Rightarrow (x-200)(x-100) = 0$
 $\Rightarrow x = 200$ 或 100

因為 $\overline{AB} = 200$ 表示氣象站剛離開暴風圈，所以 $\overline{AB} = 100$ 時，氣象站會開始進入暴風圈， $\frac{100}{20} = 5$ 小

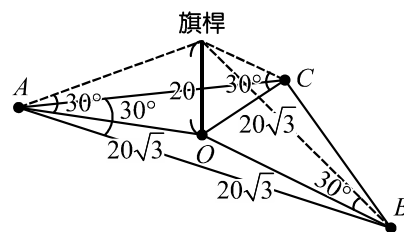
時 $\Rightarrow 9+5=14$ ，下午 2 時，氣象站會開始進入暴風圈。故選(D)



22. 假設旗桿的底部為 O 點，由 $\tan 30^\circ = \frac{20}{\overline{OA}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 得

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 20\sqrt{3}$ ，即以 O 為圓心，過 A 、 B 、 C 的外接圓半徑為 $R = 20\sqrt{3}$ ，利用正弦定理

$$\begin{aligned} \frac{\overline{BC}}{\sin 30^\circ} &= 2R = 2 \times 20\sqrt{3} \text{ 得 } \overline{BC} = 40\sqrt{3} \times \sin 30^\circ \\ &= 40\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 20\sqrt{3}, \text{ 故選(C)} \end{aligned}$$



23. 排列方法 = (任意排列) - (藍、紅相鄰)
 $= 5! - 4! \times 2! = 120 - 48 = 72$ ，故選(B)

24. 題意：7 場任意挑選 3 場，但一定要挑選特定一場，所以從剩餘 6 場中再任意挑選 2 場

$$\Rightarrow C_2^6 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15, \text{ 故選(A)}$$

25. 展開式中一般項為

$$C_k^6 (2x^2)^{6-k} \left(\frac{-1}{x}\right)^k = C_k^6 \cdot 2^{6-k} \cdot (-1)^k x^{12-3k}$$

$$\text{令 } 12 - 3k = 0 \Rightarrow k = 4$$

$$\text{可知常數項為 } C_4^6 \cdot 2^2 \cdot (-1)^4 = 15 \times 4 = 60, \text{ 故選(B)}$$