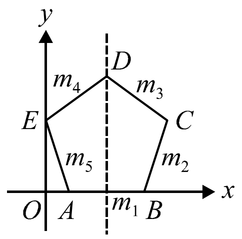
110 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷 110-2-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	B	A	C	B	D	C	B	A	B	D	A	B	A	D	D	A	D	B	D	C	C	C	A

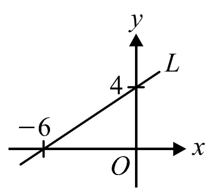
1. 設 C 點坐標爲 (x, y)，可知重心坐標 G 爲
$(\frac{-2+5+x}{3}, \frac{2+6+y}{3})=(2, 4)$
$\Rightarrow \frac{-2+5+x}{3}=2$ 且 $\frac{2+6+y}{3}=4$
解得 $x=3$、$y=4$，即 $C(3, 4)$
所求 $\overline{OC}=\sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2}=5$，故選(C)

2. 由斜率的定義可知
$m_2>m_4>m_1=0>m_3>m_5$
又由正五邊形的對稱性可得
$m_2=-m_5$、$m_3=-m_4$
由此可知
(A) $m_3+m_4=-m_4+m_4=0=m_1$
(B) $m_2+m_3>m_4+m_3=0=m_1$
(C) $m_2-m_3=-m_5-(-m_4)=m_4-m_5$
(D) $m_2+m_3>0>m_4+m_5$
故選(C)



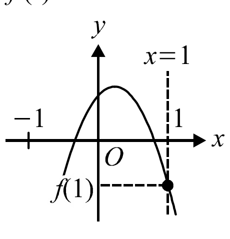
3. $\because f(x)=-\frac{1}{3}x^2+6x+225$
$=-\frac{1}{3}(x^2-18x+9^2)+225+27=-\frac{1}{3}(x-9)^2+252$
$\therefore$當 $x=9$ 時 $f(x)$ 有最大值 252，即 12 月 9 日時，新增確診 252 人爲最多，故選(B)

4. $\because L$ 的 x 截距爲 -6　$\therefore L$ 通過點 $(-6, 0)$
設 L 的 y 截距爲 a，即 L 過 $(0, a)$
由 L 的斜率 $\frac{2}{3}$ 可知
$\frac{0-a}{-6-0}=\frac{2}{3}\Rightarrow a=4$，如圖



可得所求爲 $\frac{1}{2}\times|(-6)\times 4|=12$，故選(A)

5. (A) 圖形開口向下 $\Rightarrow a<0$
(B) 頂點 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a})$ 在 y 軸右側 $\Rightarrow -\frac{b}{2a}>0$
$\Rightarrow a$、b 異號 $\Rightarrow b>0$
(C) 由圖可知直線 $x=1$ 與圖形交於 x 軸下方，即 $f(1)=a+b+c<0$



(D) 圖形與 x 軸交兩點 $\Rightarrow b^2-4ac>0$
故選(C)

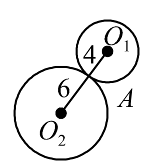
6. 由除法原理可知 $f(x)=(2x-1)(x^2-x+2)+(-3)$
令 $x=1$ 代入可得 $f(1)=(2-1)(1-1+2)-3=-1$
故選(B)

7. 設 $f(x)=(x+2)Q_1(x)+(-1)\Rightarrow f(-2)=-1$
設 $g(x)=(x^2+x-2)Q_2(x)+(x+1)$
可得 $g(x)=(x+2)(x-1)Q_2(x)+(x+1)\Rightarrow g(-2)=-1$
所求餘式即令 $x=-2$ 代入
$(x+1)f(x)+(x^2-3)g(x)$ 之值
可得 $(-2+1)f(-2)+[(-2)^2-3]g(-2)$
$=(-1)\times(-1)+1\times(-1)=0$，故選(D)

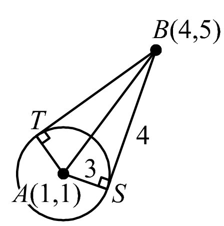
8. 由立方和公式 $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 可知
$987^3+13^3=(987+13)(987^2-987\times 13+13^2)$
$=1000\times[987^2+13(-987+13)]$
$=1000\times[987^2+13\times(-974)]$
可知 $k=-974$，故選(C)

9. $\because$圓方程式的 x^2 與 y^2 項係數必相等　$\therefore k=2$
可知圓方程式爲 $2x^2+2y^2+4x-6y-12=0$
$\Rightarrow x^2+y^2+2x-3y-6=0$
半徑 $=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+(-3)^2-4\times(-6)}=\frac{1}{2}\sqrt{37}$
可得圓面積爲 $(\frac{1}{2}\sqrt{37})^2\pi=\frac{37}{4}\pi$，故選(B)

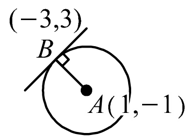
10. 由 C_1：$(x-5)^2+(y-8)^2=16$ 可知
C_1 圓心 $O_1(5, 8)$、半徑 $r_1=\sqrt{16}=4$
而 C_2：$x^2+y^2+2x-35=0\Rightarrow(x+1)^2+y^2=36$ 可知
C_2 圓心 $O_2(-1, 0)$、半徑 $r_2=\sqrt{36}=6$
設切點爲 A，如圖
$\because \overline{O_1A}$：$\overline{O_2A}=r_1$：$r_2=4$：$6=2$：3
$\therefore$由分點公式可得
$A(\frac{2\times(-1)+3\times 5}{2+3}, \frac{2\times 0+3\times 8}{2+3})=(\frac{13}{5}, \frac{24}{5})$，故選(A)



11. 由圓 C：$(x-1)^2+(y-1)^2=9$ 可知
圓心 $A(1, 1)$、半徑 $=3$
又切線段長 $\overline{BS}=\overline{BT}$
$=\sqrt{(4-1)^2+(5-1)^2-9}=4$
可得所求 $=2\times\Delta ABS$ 面積
$=2\times(\frac{1}{2}\times 4\times 3)=12$，故選(B)



12. 設所求直線爲 L，其斜率爲 m



$\because \overleftrightarrow{AB}$ 斜率爲 $\dfrac{3-(-1)}{-3-1}=-1$

又 $L \perp \overleftrightarrow{AB}$

$\therefore m\times(-1)=-1 \Rightarrow m=1$

由點斜式可知 $y-3=1\times(x+3) \Rightarrow x-y+6=0$

故選(D)

[另解]

圓 C 半徑爲 $\overline{AB}=\sqrt{(-3-1)^2+(3+1)^2}=4\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ 圓 C 方程式爲 $(x-1)^2+(y+1)^2=(4\sqrt{2})^2$

$\Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=32$

所求即過圓 C 上 B 點的切線，由公式可知切線爲 $(-3-1)(x-1)+(3+1)(y+1)=32 \Rightarrow x-y+6=0$

故選(D)

13. 設 $a+b=4k$ ……①

$b+c=7k$ ……②

$c+a=6k$ ……③

其中 $k\neq 0$，① + ② + ③ $\Rightarrow 2(a+b+c)=17k$

$\Rightarrow a+b+c=\dfrac{17}{2}k$ ……④

④ − ② $\Rightarrow a=\dfrac{3}{2}k$、④ − ③ $\Rightarrow b=\dfrac{5}{2}k$、④ − ① $\Rightarrow c=\dfrac{9}{2}k$

所求 $\dfrac{bc}{a^2}=\dfrac{(\frac{5}{2}k)(\frac{9}{2}k)}{(\frac{3}{2}k)^2}=5$，故選(A)

14. $\because (\cos\theta\tan\theta,\sin\theta\cos\theta)\in \text{II}$

$\therefore \cos\theta\tan\theta<0 \Rightarrow \cos\theta$ 與 $\tan\theta$ 異號 $\Rightarrow \theta\in \text{III}$ 或 IV

且 $\sin\theta\cos\theta>0 \Rightarrow \sin\theta$ 與 $\cos\theta$ 同號 $\Rightarrow \theta\in \text{I}$ 或 III

可知 $\theta\in\text{III} \Rightarrow \sin\theta<0$ 且 $\tan\theta>0$

即 $(\sin\theta,\tan\theta)\in\text{II}$，故選(B)

15. 求式 $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+(-\sqrt{3})\times\sqrt{3}=\dfrac{3}{4}-3=-\dfrac{9}{4}$

16. $\because (\cos\theta-\sin\theta)^2=\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\sin^2\theta$

$=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)-2\sin\theta\cos\theta=1-2\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \cos\theta-\sin\theta=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

但 $45^\circ<\theta<90^\circ \Rightarrow \cos\theta<\sin\theta$

可知 $\cos\theta-\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，故選(D)

17. 因爲 $f(x)$ 週期爲 2π，而 $y=\tan x$ 的週期爲 π 可知 $\dfrac{\pi}{|b|}=2\pi \Rightarrow |b|=\dfrac{1}{2} \Rightarrow b=\pm\dfrac{1}{2}$ (負不合)

即 $f(x)=a\tan\dfrac{1}{2}x$，再以圖上之點 $(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{1}{2})$ 代入可得

$f(\dfrac{\pi}{2})=a\tan(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{2} \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$

可得所求 $a+b=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$，故選(D)

18. $\because$ 10 公里/小時 $=\dfrac{10000}{3600}$ 公尺/秒 $=\dfrac{25}{9}$ 公尺/秒

$\therefore$ 第一個 100 公尺耗時 $100\div\dfrac{25}{9}=36$ 秒

又 3 公里 $=3000$ 公尺，可知所求爲首項爲 36，公差爲 1，項數爲 $\dfrac{3000}{100}=30$ 的等差級數 $\underbrace{36+37+\cdots\cdots}_{30\text{項}}$ 之和，即 $\dfrac{30[2\times36+(30-1)\times1]}{2}=1515$ 秒

可得 1515 秒 = 25 分 15 秒，故選(A)

19. $\because$ 等差中項爲 10　$\therefore \dfrac{(3x-2)+(5x+6)}{2}=10$

$\Rightarrow 8x+4=20 \Rightarrow x=2$

可得 $3x-2=3\times2-2=4$ 且 $5x+6=5\times2+6=16$

所求即 4 與 16 的等比中項 $=\pm\sqrt{4\times16}=\pm8$，故選(D)

20. 令 $S_{1\sim5}$ 表第 1 到第 5 項的和、$S_{6\sim10}$ 表第 6 到第 10 項的和、$S_{11\sim15}$ 表第 11 到第 15 項的和、$S_{16\sim20}$ 表第 16 到第 20 項的和，由題意知 $S_{1\sim5}=10$，$S_{6\sim10}=25-10=15$，因等差級數每 n 項之和亦成等差數列，可知 10、15、$S_{11\sim15}$、$S_{16\sim20}$ 成等差且公差爲 $15-10=5 \Rightarrow S_{11\sim15}=15+5=20$、$S_{16\sim20}=20+5=25$，可知前 20 項的和爲 $10+15+20+25=70$，故選(B)

[另解]

依題意知 $\begin{cases} a_1+a_2+\cdots\cdots+a_5=10 \\ a_1+a_2+\cdots\cdots+a_5+\cdots\cdots+a_{10}=25 \end{cases}$

即 $\begin{cases} \dfrac{5(a_1+a_1+4d)}{2}=10 \\ \dfrac{10(a_1+a_1+9d)}{2}=25 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} a_1+2d=2 \cdots\cdots ① \\ 2a_1+9d=5 \cdots\cdots ② \end{cases}$

整理得 $\begin{cases} a_1=\dfrac{8}{5} \\ d=\dfrac{1}{5} \end{cases}$

$\therefore a_1+\cdots\cdots+a_{20}=\dfrac{20(2\times\frac{8}{5}+19\times\frac{1}{5})}{2}=70$

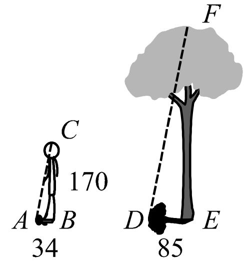
21. $\because$ 每月利率爲 $1.2\%\div12=0.1\%$

$\therefore$ 所求爲 $50000\times(1+0.1\%)^{12}=50000\times1.001^{12}$

$\fallingdotseq 50000\times1.0121=50605$ 元，故選(D)

22. 因爲每操作一次會使 1 個邊變成 4 個邊可知所求爲 $3\times4^4=768$，故選(C)

23. 如圖　$\because \Delta ABC \sim \Delta DEF$



$\therefore \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{EF}}{\overline{DE}} \Rightarrow \dfrac{170}{34}=\dfrac{\overline{EF}}{85}$

$\Rightarrow \overline{EF}=425$ 公分

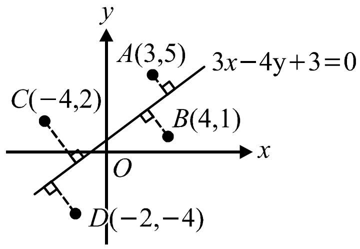
即樹高爲 425 公分

= 4.25 公尺，故選(C)

24. 颱風中心行進之直線爲 $\overleftrightarrow{EF}$

$\because m_{EF}=\dfrac{6-(-6)}{7-(-9)}=\dfrac{3}{4}$　$\therefore$ 由點斜式可知

$\overleftrightarrow{EF}$ 方程式為 $y-6=\frac{3}{4}(x-7) \Rightarrow 3x-4y+3=0$



分別求 A 、 B 、 C 、 D 四點與 $\overleftrightarrow{EF}$ 之距離可知

$d(A,\overleftrightarrow{EF})=\frac{|9-20+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{8}{5}<2 \Rightarrow A$ 在暴風半徑內

$d(B,\overleftrightarrow{EF})=\frac{|12-4+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{11}{5}>2 \Rightarrow B$ 在暴風半徑外

$d(C,\overleftrightarrow{EF})=\frac{|-12-8+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{17}{5}>3 \Rightarrow C$ 在暴風半徑外

$d(D,\overleftrightarrow{EF})=\frac{|-6+16+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{13}{5}<3 \Rightarrow D$ 在暴風半徑內

故選(C)

25. 設正方形 $OABC$ 上的點到 P 點之距離為 d ，則
$d(P,\overleftrightarrow{OA}) \le d \le \overline{OP}$
$\Rightarrow 4 \le d \le 4\sqrt{2} \fallingdotseq 5.656$
以 P 點為圓心，分別畫半徑為 4 與 5 的圓如圖，兩圓與正方形 $OABC$ 共有 $4+8=12$ 個交點，故選(A)