

# 數 學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 已知於 2021 年 5 月 19 日，北極圈內多處溫度超過攝氏 30 度，該溫度轉換成華氏的溫度為多少度？(若攝氏  $x$  度等於華氏  $y$  度，則  $x, y$  的關係式為  $y = \frac{9}{5}x + 32$ )

- (A) 86                      (B) 80                      (C) 72                      (D) 68

2. 下列何者不是  $2022^\circ$  的同界角？

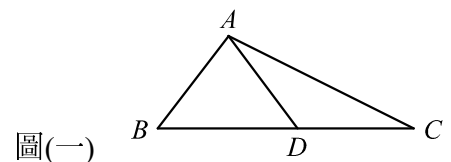
- (A)  $2742^\circ$                       (B)  $222^\circ$                       (C)  $22^\circ$                       (D)  $-138^\circ$

3. 下列哪個三角函數的週期最大？

- (A)  $y = \sin(-2022x + 2) - 6$                       (B)  $y = \cos\left(\frac{x}{8} - 4\pi\right)$   
 (C)  $y = \tan(100x - 5)$                       (D)  $y = \sec\left(-\frac{x}{2} + 7\right) + 100$

4. 如圖(一)所示， $\triangle ABC$  中， $D$  為  $\overline{BC}$  上一點，若  $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BD} = 6$ 、 $\overline{AC} = 4\sqrt{5}$ 、 $\overline{CD} = 5$ ，則  $\overline{AD}$  長度為何？

- (A) 4  
 (B) 5  
 (C)  $4\sqrt{2}$   
 (D)  $5\sqrt{2}$

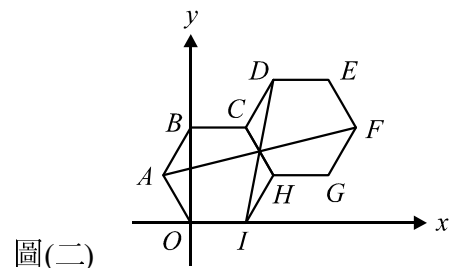


5. 在坐標平面上，設  $A(2, -5)$ 、 $B(-1, -1)$ 、 $C(2, -1)$ ，已知  $\vec{k}$  與  $\overrightarrow{AB}$  方向相反，且  $|\vec{k}| = 15$ ，若  $\vec{k}$  在  $\overrightarrow{BC}$  上的正射影為  $(m, n)$ ，則  $m+n$  之值為何？

- (A) 6                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 9

6. 石墨烯(Graphene)是一種由碳原子組成六角型呈蜂巢晶格的平薄膜，只有一個碳原子厚度的二維材料，石墨烯目前是最薄卻也是最堅硬的奈米材料。某個石墨烯結構的一部分如圖(二)所示，令正六邊形的邊長為 4 單位，已知四點坐標為  $A(-2, 2\sqrt{3})$ 、 $F(12, 4\sqrt{3})$ 、 $I(4, 0)$ 、 $D(6, 6\sqrt{3})$ ，若  $\overline{AF}$  與  $\overline{DI}$  所夾的銳角為  $\theta$ ，求  $\cos\theta$  之值為何？

- (A)  $\frac{\sqrt{91}}{100}$                       (B)  $\frac{4\sqrt{91}}{91}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       (D)  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$



7. 若多項式  $f(x) = x^4 - kx^3 + 2x - 14$  有因式  $x+1$ ，則實數  $k$  之值為何？

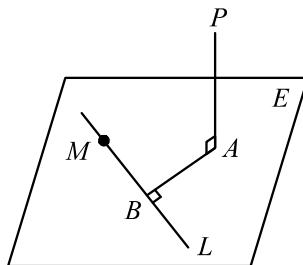
- (A) -11                      (B) 0                      (C) 15                      (D) 17

8. 已知  $i = \sqrt{-1}$ ，若複數  $1+i$  為二次方程式  $x^2 - (1-i)x + (2-2i) = 0$  的一根，求另一根為何？  
 (A)  $1-i$  (B)  $-2i$  (C)  $2i$  (D)  $-1-i$
9. 在坐標平面上，若直線  $L$  與直線  $2x - y - 5 = 0$  垂直，且過點  $(5, 4)$ ，則直線  $L$  的直線方程式為何？  
 (A)  $2x - y - 6 = 0$  (B)  $2x + y - 14 = 0$  (C)  $x + 2y - 13 = 0$  (D)  $x - 2y + 3 = 0$
10. 在坐標平面上，已知直線  $L: y = mx$  的斜率大於 0，且  $L$  與圓  $x^2 + (y-4)^2 = 1$  相切，則  $m$  之值為何？  
 (A)  $-\sqrt{15}$  (B)  $-\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{15}$
11. 已知  $3^{10} = 59049$ ， $3^{11} = 177147$ ，若  $1+3+3^2+3^3+\dots+3^n > 100000$ ，則最小的正整數  $n$  之值為何？  
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12
12. 已知  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ，則  $\sum_{k=3}^{20} k^2$  之值為何？  
 (A) 2870 (B) 2865 (C) 2860 (D) 2855
13. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排成一列，若甲、乙、丙 3 人要相鄰且甲要在乙、丙中間，試問共有幾種排列方式？  
 (A) 120 (B) 144 (C) 240 (D) 360
14. 一個數字鎖有 10 個按鍵，如圖(三)所示，它是五鍵平壓式密碼鎖，即要按壓一組 5 個不同的數字(不管先按後按的順序)，若正確才能開啓，小明記得要按 5 個鍵，但是忘記正確的密碼，如果按壓一組數字需要花 20 秒而且不會重複按壓兩組相同的數字，則小明持續不斷嘗試最多要花多少時間可以解開這個鎖？  
 (A) 1 小時又 24 分鐘  
 (B) 2 小時又 6 分鐘  
 (C) 2 小時又 24 分鐘  
 (D) 3 小時又 6 分鐘



圖(三)

15. 已知  $-\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq 0$ ，若  $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則  $M^2 + m^2$  之值為何？  
 (A) 1 (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 2 (D)  $\frac{5}{2}$
16. 設  $m$  為實數，已知在坐標平面上，二元二次方程式  $x^2 + y^2 + 2(m+1)x - 2my + 3m^2 + 3m - 11 = 0$  的圖形為圓，求  $m$  的範圍為何？  
 (A)  $-4 < m < 3$  (B)  $-4 \leq m \leq 3$  (C)  $-3 < m < 4$  (D)  $-3 \leq m \leq 4$
17. 已知  $i = \sqrt{-1}$ 、 $Z_1 = 1+2i$ 、 $Z_2 = -4+3i$ 、 $Z_3 = 8+15i$ ，則  $\frac{|Z_1^{12} \cdot Z_3|}{|Z_2^5|}$  之值為何？  
 (A) 85 (B) 425 (C)  $425\sqrt{5}$  (D) 2125

18. 已知  $x$  不為整數，若  $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$ ，則  $8^x$  之值為何？  
 (A) 64 (B)  $32\sqrt{2}$  (C) 32 (D) 27
19. 若對數  $\log_{x+2}(-x^2 + 3x + 10)$  有意義，則  $x$  可能為下列何者？  
 (A) 100 (B) -1 (C)  $-\sqrt{2}$  (D) -2
20. 設  $x$  為實數，則  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 8x + 26} + \sqrt{2x^2 + 16x + 82}$  的最小值為何？  
 (A) 15 (B)  $\sqrt{26} + \sqrt{82}$  (C)  $10\sqrt{2}$  (D)  $\sqrt{110}$
21. 音樂數位介面(Musical Instrument Digital Interface, 簡稱 MIDI)由 MIDI 產業協會在 1991 年制定，為電子樂器等演奏裝置定義各種音符，容許電子樂器、電腦、手機在舞台演出配備彼此連接、調整和同步。MIDI 的標準，是將頻率(frequency 單位：赫茲)與音高(pitch)的關係列式如下：  
 $p = 69 + 12 \times \log_2\left(\frac{f}{440}\right)$ ，其中  $p$  代表音高、 $f$  代表頻率，試問當頻率  $f = 110$  赫茲時，音高  $p$  的值為何？  
 (A) 70 (B) 63 (C) 57 (D) 45
22. 如圖(四)所示，已知直線  $PA$  垂直平面  $E$  於  $A$  點， $L$  為平面  $E$  上不過  $A$  點的直線， $\overline{AB}$  垂直  $L$  且  $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{PA} = 6\sqrt{3}$ 、 $\overline{BM} = 5$ ，則  $\overline{PM}$  長度為何？  
 (A) 13  
 (B) 12  
 (C)  $5\sqrt{3}$   
 (D) 4
- 
- 圖(四)
23. 空間中，由三向量  $\vec{a} = (1, 0, 0)$ 、 $\vec{b} = (2, 3, 4)$ 、 $\vec{c} = (5, -8, 2)$  所張成的平行六面體體積之值為何？  
 (A) 26 (B) 30 (C) 36 (D) 38
24. 若二元一次方程組  $\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ 8x + ay = 2 \end{cases}$  無解，則  $a$  之值為何？  
 (A) 4 (B) 2 (C) 0 (D) -4
25. 已知二階方陣  $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $A = \begin{bmatrix} 3 & x \\ 3 & y \end{bmatrix}$ ，且  $A^2 = 5A$ ，則  $(A - I_2)(A + I_2)$  為何？  
 (A)  $\begin{bmatrix} 14 & 10 \\ 15 & 9 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

【以下空白】