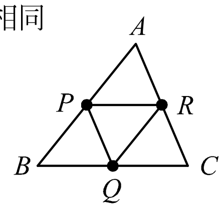
110 學年度四技二專第三次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 110-3-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	C	B	A	B	A	D	C	C	B	D	C	D	D	A	B	A	C	B	D	C	A	D

1. $\because \Delta ABC$ 之重心與 ΔPQR 之重心相同
$\therefore \Delta PQR$ 之重心爲
$(\frac{12+21+3}{3},\frac{7+(-10)+(-18)}{3})$
$=(12,-7)$，故選(B)



2. (1) $m_{L_1}=\frac{9-5}{1-4}=-\frac{4}{3}$
(2) $m_{L_2}=-\frac{1}{3}$
(3) $x=-5$ 代入可得：$y=4\Rightarrow$ 交點 $(-5,4)$
$x=3$ 代入可得：$y=4\Rightarrow$ 交點 $(3,4)$
$\Rightarrow m_{L_3}=\frac{4-4}{-5-3}=0$
(4) $y=-(x^2-6x+9)-5+9=-(x-3)^2+4$
$\therefore P(3,4)$、$Q(0,-5)\Rightarrow m_{L_4}=\frac{4-(-5)}{3-0}=3$
由上可知：直線 L_1 的斜率最小，故選(A)

3. 令 $f(x)=x^5-9x^4+10x^3-18x^2+20x-72$
則 $k=f(8)=f(x)$ 除以 $x-8$ 之餘式
利用綜合除法

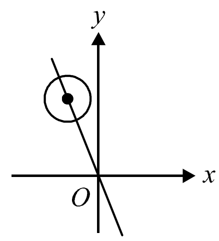
$$\begin{array}{rrrrrr|l} 1 & -9 & +10 & -18 & +20 & -72 & 8 \\ & +8 & -8 & +16 & -16 & +32 & \\ \hline 1 & -1 & +2 & -2 & +4 & \boxed{-40} & \end{array}$$

$\therefore k=f(8)=-40$，故選(B)

4. $\because \overparen{AC}=\overparen{CD}$
$\therefore \angle AOC=\angle ECO=\theta$
在 ΔOAB 中，$\sin\theta=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}\Rightarrow \tan\theta=\frac{3}{4}$
在 ΔOEC 中，$\tan\theta=\frac{\overline{CE}}{\overline{OC}}=\frac{\overline{CE}}{10}$
$\therefore \frac{\overline{CE}}{10}=\frac{3}{4}\Rightarrow \overline{CE}=\frac{15}{2}$，故選(C)

5. (A) $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times1\times\cos120^\circ=-\frac{1}{2}$
(B) $|2\vec{a}|=2|\vec{a}|=2\times1=2$
(C) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=1-2\times(-\frac{1}{2})+1=3$
$\therefore |\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3}$
(D) $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=1+2\times(-\frac{1}{2})+1=1$
$\therefore |\vec{a}+\vec{b}|=1$
由上可知，$|2\vec{a}|$ 之値最大，故選(B)

6. $x^2+y^2+4x-10y+28=0$
$\Rightarrow (x+2)^2+(y-5)^2=1$
$\therefore$ 圓心 $(-2,5)$
$\because$ 直線 L 平分圓 C 的面積
$\Rightarrow$ 直線 L 必通過圓心，又直線 L 不通過第三象限，則斜率最小者爲過 $(0,0)$、$(-2,5)$ 之直線
$\therefore m=\frac{0-5}{0-(-2)}=\frac{-5}{2}$，故選(A)



7. $a_1=1$，$d=2$，$a_n=1+(n-1)\times2=2n-1$
$S_n=\frac{n[1+(2n-1)]}{2}=n^2=256\quad \therefore n=16$
$\Rightarrow a_{16}=a_1+15d=1+15\times2=31$，故選(B)

8. 由根與係數關係知：$p+q=45$
$\Rightarrow p$、q 爲一奇數、一偶數
又 p、q 均爲質數　$\therefore p=2$ 且 $q=43$
$\Rightarrow \frac{q}{p}+\frac{p}{q}=\frac{43}{2}+\frac{2}{43}=\frac{1853}{86}$，故選(A)

9. $\because ax+by+c\ge0$ 之區域在左半部　$\therefore a<0$
又斜率 $m=\frac{-a}{b}>0$ 且 $a<0\quad \therefore b>0$
而直線與 y 軸交點 $(0,\frac{-c}{b})$
$\because \frac{-c}{b}>0$ 且 $b>0\quad \therefore c<0$
由上可知：$a+c<0$，故選(D)

10. $\log k=3\log2+4\log3-\frac{1}{2}\log36$
$=\log2^3+\log3^4-\log36^{\frac{1}{2}}=\log(2^3\times3^4\div36^{\frac{1}{2}})=\log108$
$\therefore k=108$，故選(C)

11. 連接 $\overline{O_1O_2}$
由正弦定理知，在 ΔO_1AO_2 中
$\overline{O_1A}:\overline{O_2A}=\sin45^\circ:\sin30^\circ=\sqrt{2}:1$
$\therefore$(大圓面積)：(小圓面積)$=\sqrt{2}^2:1^2=2:1$
即比值 $=\frac{2}{1}=2$，故選(C)

12. 兩堂課不能相鄰，利用插空隙法

∧○∧○∧○∧○∧○∧

如上圖，由 6 個間隔中任意選取 2 格，再放入這兩堂課

$\therefore$ 排法有 $C_2^6 \times 2! = 30$，故選(B)

13. $\because A$、B、C 共線 $\Rightarrow m_{\overline{AB}} = m_{\overline{AC}}$

$\therefore \dfrac{0-(-2)}{1-(-2)} = \dfrac{0-(k+2)}{1-(k^2-6)} \Rightarrow \dfrac{2}{3} = \dfrac{-k-2}{7-k^2}$

$\Rightarrow 14-2k^2 = -3k-6 \Rightarrow 2k^2-3k-20=0$

$\Rightarrow (2k+5)(k-4)=0$

$\therefore k = -\dfrac{5}{2}$ 或 4(負不合)，故選(D)

14. $\because \overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$，利用分點公式

$\therefore P(\dfrac{2+2a}{3}, \dfrac{3+2b}{3})$

將 P 點代入直線 $x+2y-5=0$

$\Rightarrow \dfrac{2+2a}{3} + 2\times\dfrac{3+2b}{3} - 5 = 0$

$\Rightarrow 2+2a+6+4b-15=0 \Rightarrow 2a+4b=7$ ……①

又 $\overline{AB}$ 與直線 L 互相垂直 $\Rightarrow m_{\overline{AB}} \times m_L = -1$

$\therefore \dfrac{3-b}{2-a} \times (\dfrac{-1}{2}) = -1 \Rightarrow 3-b = 4-2a$

$\Rightarrow 2a-b=1$ ……②

由①②知：$\begin{cases} a = \dfrac{11}{10} \\ b = \dfrac{6}{5} \end{cases}$　$\therefore a+b = \dfrac{23}{10}$，故選(C)

15. 根據餘式定理

$\because f(x)\div(4x-2)$ 之餘式為 $a \Rightarrow f(\dfrac{1}{2}) = a$

又 $g(x)\div(x-\dfrac{1}{2})$ 之餘式為 $b \Rightarrow g(\dfrac{1}{2}) = b$

$\therefore [f(x)+x\cdot g(x)]\div(2x-1)$ 之餘式

$= f(\dfrac{1}{2}) + \dfrac{1}{2}\cdot g(\dfrac{1}{2}) = a + \dfrac{1}{2}b$，故選(D)

16. $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AF}$ 的夾角為 $120°$，$\because \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF}$

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AF}|\cos 120°$

$= 10\times10\times(-\cos 60°) = 10\times10\times(-\dfrac{1}{2}) = -50$，故選(D)

17. $f(x) = \sin x \xrightarrow{右移\frac{1}{2}} k(x) = \sin(x-\dfrac{1}{2})$

$\xrightarrow{鉛直伸縮2倍} g(x) = 2\cdot\sin(x-\dfrac{1}{2})$，故選(A)

18. (1) 圓 C 與 x 軸之交點：

令 $y=0 \Rightarrow x^2-x-12=0$

$\Rightarrow (x-4)(x+3)=0 \Rightarrow x=4$ 或 -3

$\therefore \ell_1 = 4-(-3) = 7$

(2) 圓 C 與 y 軸之交點：

令 $x=0 \Rightarrow y^2+y-12=0$

$\Rightarrow (y+4)(y-3)=0 \Rightarrow y=-4$ 或 3

$\therefore \ell_2 = 3-(-4) = 7$

由上可知：$\ell_1+\ell_2 = 7+7 = 14$，故選(B)

19. 依題意，一開始先由左到右數五根手指，之後由右到左再由左到右每數四根手指為一循環

$2021-5=2016$，$2016\div4=504$，剛好整除

由此可知：在第 505 次，由左到右的最後一個數就是 2021，會落在小指上，故選(A)

[另解]可視為 8 次一循環，而 $2021\div8=252\cdots5$

由餘數 5 可知在小指上，故選(A)

20. 左右同乘 $(x-1)(x+1)$

$\therefore (2x-3)(x+1)-(x-1)^2 = -2$

$\Rightarrow 2x^2-x-3-x^2+2x-1=-2$

$\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 或 1(1 不合　$\because$分母為 0)

故選(C)

21. (A) $f(x)=2^x>0$　$\therefore$與 x 軸不相交

(B) $f(x)=2^x$ 的圖形上有兩點

$A(1.83, 2^{1.83})$、$B(2.17, 2^{2.17})$

$\Rightarrow \overline{AB}$ 中點為 $C(2, \dfrac{2^{1.83}+2^{2.17}}{2})$

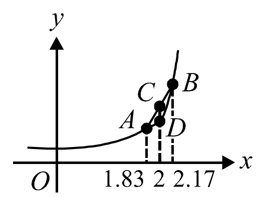
而 $D(2, 4)$

由圖形可知

C 點在 D 點上方

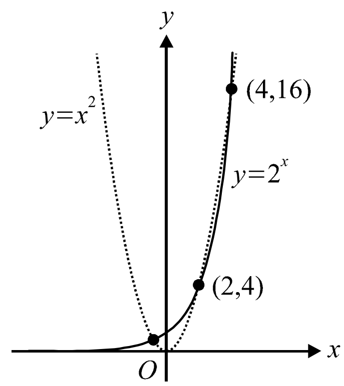
$\Rightarrow \dfrac{2^{1.83}+2^{2.17}}{2} > 4$

$\therefore 2^{1.83}+2^{2.17} > 8$



(C) $f(x)=2^x$ 與 $g(x)=(\dfrac{1}{2})^x$ 對稱於 y 軸

(D) $f(x)=2^x$ 與 $h(x)=x^2$ 有 3 個交點



$\therefore y=2^x$ 與 $y=x^2$ 有 3 個交點

故選(B)

22. 作直線 L 與 $\overline{AB}$、$\overline{DE}$ 平行

$\therefore \angle1 = \angle ABC = 55°$，$\angle2 = \angle CDE = 65°$

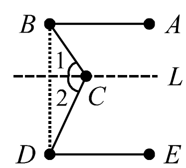
$\Rightarrow \angle BCD = \angle1+\angle2 = 120°$

在 ΔBCD 中

$\overline{BD}^2 = 5^2+7^2-2\times5\times7\times\cos120°$

$= 25+49+35 = 109$

$\therefore \overline{BD} = \sqrt{109}$，故選(D)



23. $(2x^2-\dfrac{1}{x})^5$ 的展開式中

一般項為 $C_k^5(2x^2)^{5-k}(-\dfrac{1}{x})^k = C_k^5(-1)^k\cdot2^{5-k}\cdot x^{10-3k}$

令 $10-3k=4 \Rightarrow k=2$

$\therefore x^4$ 項係數為 $C_2^5(-1)^2\cdot2^3 = 10\times1\times8 = 80$，故選(C)

24. $\because$4 個數字均不同，同時依由大而小排列，且沒有「4」這個數字

$\therefore C_4^9 = \dfrac{9!}{5!4!} = 126$ ，故選(A)

25. L：$mx - y - 3 = 0$

$\because L$ 恆與 $\overline{AB}$ 相交

$\therefore A$ 、 B 至少有一點在直線 L 上或兩點在其異側

$\Rightarrow (-m-2-3)(4m-3-3) \le 0$

$\Rightarrow (m+5)(4m-6) \ge 0$

$\Rightarrow m \le -5$ 或 $m \ge \dfrac{3}{2}$ ，故選(D)