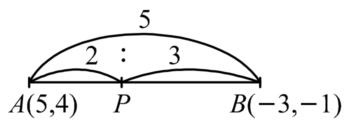
110 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷 110-5-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	C	D	C	C	B	A	C	A	D	D	B	B	A	C	A	C	D	B	D	A	C	B

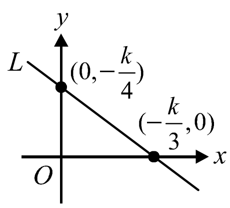
1. $\because 2\overline{AB}=5\overline{AP}$
$\therefore \overline{AB}：\overline{AP}=5：2$
$\Rightarrow \overline{AP}：\overline{BP}=2：3$



由分點公式知：
$P(\frac{2\times(-3)+3\times5}{2+3},\frac{2\times(-1)+3\times4}{2+3})=(\frac{9}{5},2)$，故選(B)

2. ∵直線 L 不經過第三象限，如下圖所示
直線 L 的截距為

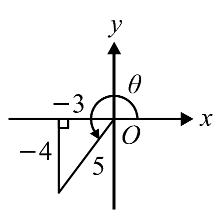
x	0	$\frac{-k}{3}$
y	$\frac{-k}{4}$	0



$\therefore k<0$
又三角形面積 $=6$
$\Rightarrow \left|\frac{-k}{3}\right|\times\left|\frac{-k}{4}\right|\times\frac{1}{2}=6$
$\Rightarrow k^2=144\Rightarrow k=\pm12$ (正不合)
$\therefore k=-12$，故選(A)

3. $f(x)=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-120$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-120$
令 $t=x^2+5x$
$f(x)=(t+4)(t+6)-120$
$=t^2+10t-96$
$=(t+16)(t-6)$
$=(x^2+5x+16)(x^2+5x-6)$
$=(x^2+5x+16)(x+6)(x-1)$
故選(D)

4. $\because \tan\theta>0$ 且 $\sin\theta<0$
$\Rightarrow \theta$ 是第三象限角
$\Rightarrow \sin\theta=\frac{-4}{5}$ 且 $\cos\theta=\frac{-3}{5}$



$\therefore \frac{\cos\theta}{2\cos\theta+\sin\theta}=\frac{\frac{-3}{5}}{2\times\frac{-3}{5}+(\frac{-4}{5})}$
$=\frac{-3}{-10}=\frac{3}{10}$，故選(C)
[另解]分子分母同除 $\cos\theta$
原式 $=\frac{1}{2+\tan\theta}=\frac{1}{2+\frac{4}{3}}=\frac{3}{10}$，故選(C)

5. $x^2+y^2-2x-4y+1=0$
$\Rightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=4$
$\Rightarrow$ 圓心 $O(1,2)$，半徑 $=2$
而 $\overline{OA}=\sqrt{(3-1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{13}$
$\Rightarrow M=\sqrt{13}+2$ 且 $m=\sqrt{13}-2$
$\therefore M\times m=(\sqrt{13}+2)(\sqrt{13}-2)=13-4=9$
故選(D)

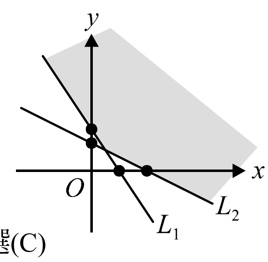
6. $3,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7,a_8,43$ 共 9 數成等差
由等差中項性質知
$a_2+a_3+\cdots+a_8=\frac{7\times(a_2+a_8)}{2}=\frac{7\times(3+43)}{2}=161$
故選(C)

7. $L_1：3x+2y=6$

x	0	2
y	3	0

$L_2：x+2y=4$

x	0	4
y	2	0



由右圖可知：
圖形不會經過第三象限，故選(C)

8. $\sqrt[3]{128}\times(\frac{1}{32})^{\frac{1}{2}}\div\sqrt{\sqrt[3]{32}}=\sqrt[3]{2^7}\times(2^{-5})^{\frac{1}{2}}\div\sqrt[6]{2^5}$
$=2^{\frac{7}{3}}\times2^{-\frac{5}{2}}\div2^{\frac{5}{6}}=2^{\frac{7}{3}+(-\frac{5}{2})-\frac{5}{6}}=2^{-1}=\frac{1}{2}$，故選(B)

9. 百 十 個
1 □ □：$6\times5=30$
2 □ □：$6\times5=30$
3 0 □：5
3 1 □：5
3 2 □：5
∴共 $30+30+5+5+5=75$ 個，故選(A)

10. 原始總分 $=62\times35=2170$
更正成績後多了 $(62-50)+(55-32)=35$
∴正確平均分數 $=\frac{2170+35}{35}=63$，故選(C)

11. $\because L_1\perp L_2$
$\Rightarrow$ 令 $L_1：3x-2y+k=0$
點 $(-3,4)$ 代入 $L_1\Rightarrow -9-8+k=0\Rightarrow k=17$
可得 $L_1：3x-2y+17=0$
$\Rightarrow a=3$ 且 $b=-2$　$\therefore a+b=1$，故選(A)

12. 令 $f(x)=(x^2-1)\cdot q_1(x)+3x+2$
$=(x+1)(x-1)\cdot q_1(x)+3x+2$
令 $g(x)=(x^2+2x-3)\cdot q_2(x)+5x+2$
$=(x+3)(x-1)\cdot q_2(x)+5x+2$

$\therefore f(1)=5$ 且 $g(1)=7$
根據餘式定理
$[(x+3)\cdot f(x)+(5x^2+1)\cdot g(x)]\div(x-1)$ 之餘式
$=4f(1)+6g(1)=4\times5+6\times7=62$，故選(D)

13. $y=2\cos x+\dfrac{\pi}{3}$ 只有對 $y=\cos x$ 之圖形作鉛直方向之平移與伸縮，不會影響週期
$\therefore$週期和 $y=\cos x$ 之圖形一樣是 2π
故選(D)

14. 令項數為 n，將此級數由最後一項往前加總，首項變為 486，公比變為 $\dfrac{1}{3}$
$$S_n=\frac{486\times[1-(\frac{1}{3})^n]}{1-\frac{1}{3}}=728$$
$\Rightarrow 1-(\frac{1}{3})^n=\frac{728}{729}\Rightarrow(\frac{1}{3})^n=\frac{1}{729}$
$\therefore n=6$，故選(B)

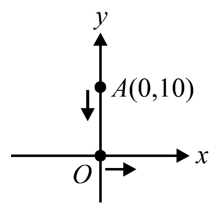
15. $1<x<\dfrac{3}{2}\Rightarrow(x-1)(2x-3)<0$
$\Rightarrow 2x^2-5x+3<0\Rightarrow x^2-\dfrac{5}{2}x+\dfrac{3}{2}<0$ 與原式比較係數
$\therefore\begin{cases}a=\frac{5}{2}\\ b=\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow a+3b=\frac{5}{2}+3\times\frac{3}{2}=7$，故選(B)

16. $\log_{\frac{1}{8}}(\log_{\frac{1}{3}}x)=-\dfrac{2}{3}$
$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}}x=(\frac{1}{8})^{-\frac{2}{3}}=(2^{-3})^{-\frac{2}{3}}=2^2=4$
$\Rightarrow x=(\frac{1}{3})^4=\frac{1}{81}$，故選(A)

17. 中位數為 10 的可能性：
(1) $\underbrace{3,5,8,8,8,9}_{取1個},\underbrace{10,10}_{取1個},\underbrace{12,13}_{取1個}$：$C_1^6\times C_1^2\times C_1^2=24$
(2) $\underbrace{10,10}_{取2個},\underbrace{3,5,8,8,8,9,12,13}_{取1個}$：$C_2^2\times C_1^8=8$
$\therefore$機率 $=\dfrac{24+8}{C_3^{10}}=\dfrac{32}{120}=\dfrac{4}{15}$，故選(C)

18. (1) □丙□
乙甲□：$3!=6$
(2) □丙□
□甲乙：$3!=6$
(3) □□丙
□乙甲：$3!=6$
(4) 丙□□
甲乙□：$3!=6$
$\therefore$機率 $=\dfrac{6\times4}{6!}=\dfrac{1}{30}$，故選(A)

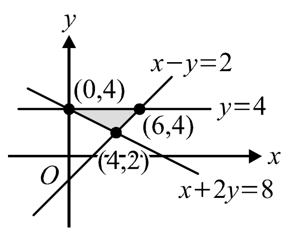
19. 設 $A(0,10)$ 為警察之初始位置，
而 $O(0,0)$ 為搶匪之初始位置
則 x 小時後
警察位於 $P(0,10-2x)$
搶匪位於 $Q(x,0)$



$\overline{PQ}=\sqrt{(0-x)^2+(10-2x)^2}$
$=\sqrt{x^2+100-40x+4x^2}$
$=\sqrt{5x^2-40x+100}=\sqrt{5(x-4)^2+20}$
$\therefore$當 $x=4$ 時 $\overline{PQ}$ 有最小值 $=\sqrt{20}$，故選(C)

20. 令 L_1：$x-2y+k=0$
而圓：$(x-3)^2+(y+4)^2=5$
圓心 $O(3,-4)$ 且半徑 $r=\sqrt{5}$
$\because$相切 $\Rightarrow d(O,L_1)=r=\sqrt{5}$
$\therefore\dfrac{|3+8+k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}\Rightarrow|11+k|=5\Rightarrow k=-6$ 或 -16
即 $x-2y-6=0$ 或 $x-2y-16=0$
$\Rightarrow\dfrac{1}{2}x-y=3$ 或 $\dfrac{1}{2}x-y=8$ ($\because b>5$　$\therefore$前者不合)
$\therefore a=\dfrac{1}{2}$ 且 $b=8\Rightarrow a\times b=4$，故選(D)

21. $\begin{cases}6-2y\le x-2\\ x-2\le y\\ y\le4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+2y\ge8\\ x-y\le2\\ y\le4\end{cases}$
如下圖所示



(x,y)	$(0,4)$	$(6,4)$	$(4,2)$
$x-2y$	$0-8=-8$	$6-8=-2$	$4-4=0$

$\therefore x-2y$ 之最大值為 0，故選(B)

22. 設出現 3 反面應該賠 x 元

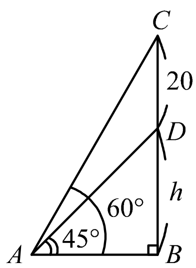
	3 正	2 正 1 反	1 正 2 反	3 反
獎金	12	8	4	$-x$
機率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

期望值 $E=12\times\dfrac{1}{8}+8\times\dfrac{3}{8}+4\times\dfrac{3}{8}+(-x)\times\dfrac{1}{8}=0$
$\therefore x=48$，故選(D)

23. $12=1+1+10$
$=1+2+9$
$=1+3+8$
$=1+4+7$
$=1+5+6$
$=2+2+8$
$=2+3+7$
$=2+4+6$

$=2+5+5$
$=3+3+6$
$=3+4+5$
$=4+4+4$
$\therefore$共 12 種，故選(A)

24. 令樓高 $\overline{BD}=h$ 公尺
ΔABD 中，$\because \angle BAD=45^\circ$
$\therefore \overline{AB}=\overline{BD}=h$
ΔABC 中，$\because \tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$
$\therefore \sqrt{3}=\dfrac{h+20}{h} \Rightarrow \sqrt{3}h=h+20$
$\Rightarrow (\sqrt{3}-1)h=20$
$\Rightarrow h=\dfrac{20}{\sqrt{3}-1}=10(\sqrt{3}+1)$
故選(C)



25. $\log 3^{37}=37\times\log 3 \fallingdotseq 37\times 0.4771=17.6527$
$=17+0.6527$
$\therefore 3^{37}$ 是 18 位數，故選(B)