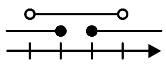
110 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 110-5-B

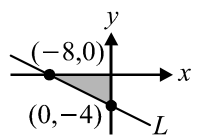
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	D	C	A	C	A	B	C	B	D	A	D	C	C	A	D	D	C	B	B	A	A	D	B

1. $\because 1 \le |x-5| < 3$ 即同時滿足 $|x-5| \ge 1$ 和 $|x-5| < 3$
①$|x-5| \ge 1 \Rightarrow x-5 \le -1$ 或 $x-5 \ge 1 \Rightarrow x \le 4$ 或 $x \ge 6$
②$|x-5| < 3 \Rightarrow -3 < x-5 < 3 \Rightarrow 2 < x < 8$


由①、②知不等式的解為 $2 < x \le 4$ 或 $6 \le x < 8$，有 3、4、6、7 共四個整數，故選(B)

2. 利用點斜式得
$L：y+5=-\dfrac{1}{2}(x-2)$
$\Rightarrow L：x+2y+8=0$

x	0	-8
y	-4	0



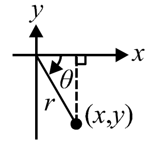
得三角形面積為 $\dfrac{1}{2}\times 8\times 4=16$ 平方單位，故選(C)

3. 四邊形 $ABCD$ 面積 $=\Delta ABC$面積$+\Delta ACD$面積
$=\dfrac{1}{2}(5x-4)(2x-3)+\dfrac{1}{2}(3x-2)(2x+3)$
$=\dfrac{1}{2}(16x^2-18x+6)=8x^2-9x+3$，故選(D)

4. 將 $x=-1$ 代入得 $(-2-1)^4=a-b+c-d+e$
$\Rightarrow a-b+c-d+e=81$……①
將 $x=0$ 代入得 $(-1)^4=e \Rightarrow e=1$……②
由①－②得 $a-b+c-d=80$，故選(C)

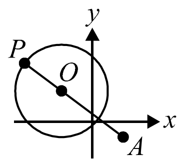
5. 由餘式定理知 $f(-4)$ 為 $f(x)$ 除以 $(x+4)$ 的餘式
利用綜合除法計算如下
$$\begin{array}{rrrrr|r} 50 & +221 & +83 & -14 & +26 & -4 \\ & -200 & -84 & +4 & +40 & \\ \hline 50 & +21 & -1 & -10, & 66 & \end{array}$$
$\therefore f(-4)=66$，故選(A)

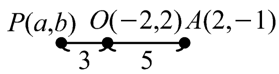
6. $\sin 210^\circ=\sin(180^\circ+30^\circ)=-\sin 30^\circ=-\dfrac{1}{2}$
$\tan(-135^\circ)=\tan 45^\circ=1$
$\therefore \sin 210^\circ+\tan(-135^\circ)=\dfrac{1}{2}$，故選(C)

7. $\because -\dfrac{\pi}{2} \le \theta \le 0$ 且 $\cos\theta=\dfrac{1}{2}=\dfrac{x}{r}$
$\therefore$令 $r=2$、$x=1$則 $y=-\sqrt{3}$


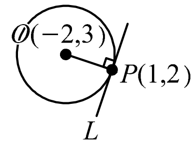
得 $\sin\theta=\dfrac{y}{r}=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}$、$\tan\theta=\dfrac{y}{x}=\dfrac{-\sqrt{3}}{1}=-\sqrt{3}$，故選(A)

8. $\overrightarrow{AB}=(4-3,-3-4)=(1,-7)$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{50}$
$\overrightarrow{AC}=(0-3,0-4)=(-3,-4)$，$|\overrightarrow{AC}|=5$
又 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A$
$(1,-7)\cdot(-3,-4)=\sqrt{50}\times 5\times\cos A$
$\Rightarrow -3+28=25\sqrt{2}\cos A \Rightarrow \cos A=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$
$\therefore \angle A=45^\circ$，故選(B)

9. $C：x^2+y^2+4x-4y-1=0$
$\Rightarrow C：(x+2)^2+(y-2)^2=9$
$\therefore$圓 C 之圓心 $O(-2,2)$，$r=3$
$\overline{OA}=\sqrt{(-2-2)^2+(2+1)^2}=5$




利用分點公式 $\begin{cases} -2=\dfrac{5a+3\times 2}{5+3} \\ 2=\dfrac{5b+3\times(-1)}{5+3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{22}{5} \\ b=\dfrac{19}{5} \end{cases}$
$\therefore a+b=-\dfrac{22}{5}+\dfrac{19}{5}=-\dfrac{3}{5}$，故選(C)

10. $C：x^2+y^2+4x-6y+3=0$
$\Rightarrow C：(x+2)^2+(y-3)^2=10$


得圓心 $O(-2,3)$，$m_{\overline{OP}}=\dfrac{2-3}{1+2}=-\dfrac{1}{3}$
$\because$直線 $L\perp\overline{OP}$　$\therefore m_L=3$
利用點斜式得 $L：y-2=3(x-1) \Rightarrow L：3x-y-1=0$
取 $x=0$ 得 y 截距為 -1，故選(B)

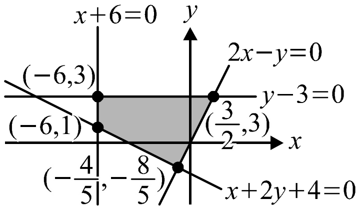
11. $\because$任意框選的三個數成等差，公差為 7
設三數為 a、$a+7$、$a+14$ (其中 a 為 1~16 的整數)
得三數和為 $3a+21$
(A) $3a+21=33 \Rightarrow a=4$
(B) $3a+21=42 \Rightarrow a=7$
(C) $3a+21=54 \Rightarrow a=11$
(D) $3a+21=65 \Rightarrow a=\dfrac{44}{3}$ (不合)
故選(D)

12. 由 $a_1=3$、$a_{n+1}=5a_n(n\ge 1)$ 知其為首項 3、公比 5 的等比數列，第 n 項 $a_n=3\times 5^{n-1}$，故選(A)

13. 利用根與係數關係知 $\begin{cases} \alpha+\beta=-4 \\ \alpha\beta=2 \end{cases}$
$$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha^2\beta^2}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}=\frac{(-4)^2-2\times 2}{2^2}=3$$

故選(D)

14. 滿足不等式 $\begin{cases} x+6 \ge 0 \\ x+2y+4 \ge 0 \\ 2x-y \le 0 \\ y-3 \le 0 \end{cases}$ 的可行解區域如下：



其頂點有 $(-6,3)$ 、 $(-6,1)$ 、 $(-\frac{4}{5},-\frac{8}{5})$ 、 $(\frac{3}{2},3)$

又 $f(-6,3)=-60+15=-45$ ， $f(\frac{3}{2},3)=15+15=30$

$f(-6,1)=-60+5=-55$ ， $f(-\frac{4}{5},-\frac{8}{5})=-8-8=-16$

∴最大値爲 30，故選(C)

15. (A) $\because (a^3+b^3)\neq(a+b)^3$ 　 $\therefore \sqrt[3]{a^3+b^3}\neq a+b$

(B) $(a^m)^n=a^{m\times n}\neq a^{m+n}$

(C) $\sqrt[3]{a^3}=a$

(D) $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}\neq a^{\frac{m}{n}}$

故選(C)

16. 原式 $=\dfrac{(\log_{10}2+\log_{10}5)^2-2\log_{10}2\times\log_{10}5-1}{\log_{10}2\times\log_{10}5}$

$=\dfrac{[\log_{10}(2\times5)]^2-2\log_{10}2\times\log_{10}5-1}{\log_{10}2\times\log_{10}5}$

$=\dfrac{1-2\log_{10}2\times\log_{10}5-1}{\log_{10}2\times\log_{10}5}=\dfrac{-2\log_{10}2\times\log_{10}5}{\log_{10}2\times\log_{10}5}=-2$

故選(A)

17. $a=2\log_2 3=\log_2 9$

$b=3\log_4 2=\log_4 8=\log_2\sqrt{8}$

$c=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{10}=\log_2 10$

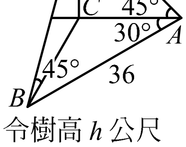
∵底數 $2>1$ 又 $10>9>\sqrt{8}$ 　 $\therefore c>a>b$ ，故選(D)

18. 利用正弦定理

$\dfrac{a}{\sin A}=2R$ 即 $\dfrac{\overline{BC}}{\sin A}=2R \Rightarrow \dfrac{3}{\frac{1}{6}}=2R\Rightarrow R=9$

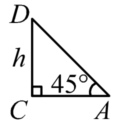
∴外接圓面積爲 $9\times9\times\pi=81\pi$ ，故選(D)

19.



令樹高 h 公尺

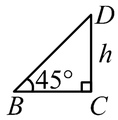
①在 ΔACD 中



$\angle ACD=90°$ ， $\angle DAC=45°$

$\therefore \dfrac{\overline{AC}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{1}$ 即 $\overline{AC}=\overline{CD}=h$

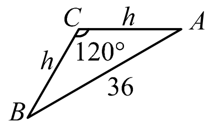
②在 ΔBCD 中



$\angle BCD=90°$ ， $\angle DBC=45°$

$\therefore \dfrac{\overline{BC}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{1}$ 即 $\overline{BC}=\overline{CD}=h$

③在 ΔABC 中



$\because \overline{AC}=\overline{BC}=h \Rightarrow \angle ABC=\angle CAB=30°$

$\therefore \angle ACB=180°-30°-30°=120°$

利用餘弦定理

$36^2=h^2+h^2-2\times h\times h\cos120°$

$\Rightarrow 36^2=h^2+h^2+h^2 \Rightarrow 3h^2=36^2$

$\Rightarrow h=12\sqrt{3}\fallingdotseq 20.784\fallingdotseq 21$ ，故選(C)

20. 全部分法 − 甲沒得到任何獎品的分法 $=4^5-3^5=781$

故選(B)

21. $C^{12}_{10}=C^{12}_{2}=\dfrac{12\times11}{2\times1}=66$ ，故選(B)

22. 全部的三位數有 $\boxed{\cancel{0}}\boxed{}\boxed{}$ ， $4\times4\times3=48$ 個

3 的倍數爲數字 012 或 024 或 123 或 234 的組合，共有 $2\times2\times1+2\times2\times1+3!+3!=20$ 個

∴3 的倍數之機率爲 $\dfrac{20}{48}=\dfrac{5}{12}$ ，故選(A)

23. ∵二人錄取與否互不影響　∴此爲獨立事件

(至少一人被錄取的機率)

$=1-$(2人都不被錄取的機率) $=1-\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{2}$，故選(A)

24. $\mu=\dfrac{62+78+69+71+75+71}{6}=71$

母體標準差

$=\sqrt{\dfrac{(62-71)^2+(78-71)^2+(69-71)^2+(71-71)^2+(75-71)^2+(71-71)^2}{6}}$

$=\sqrt{\dfrac{81+49+4+0+16+0}{6}}=5$ ，故選(D)

25. 81 筆資料的中位數爲第 41 筆，而小於 0.1 者有 45 筆

∴0.0888 爲第 45 筆，得第 41 筆爲 0.0654，故選(B)