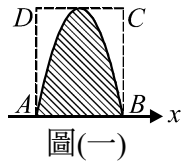


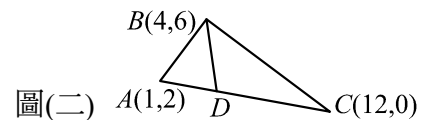
# 數 學 (C) 卷

## 數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

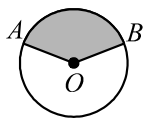
1. 觸控螢幕的大小都以對角線的長度表示，現在有甲、乙、丙、丁四個矩形的螢幕，其對角線長都是 15 吋，而長寬比甲為 1 : 1、乙為 4 : 3、丙為 16 : 9、丁為 21 : 9，則哪個螢幕的面積最大？  
 (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁
2. 一個有造型的花圃依照拋物線  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$  所建造，由於氣象局發布豪大雨特報，貼心的阿華想以一塊矩形  $ABCD$  的布蓋住花圃，以防止花圃受損，如圖(一)所示，則此塊矩形的布面積最小值為何？  
 (A)  $18\sqrt{2}$  (B)  $\frac{125}{4}$  (C)  $16\sqrt{5}$  (D)  $\frac{125}{2}$
3. 已知  $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$ 、 $b = \sqrt{26} + \sqrt{27}$ 、 $c = 4\pi$ ，試比較  $a$ 、 $b$ 、 $c$  之大小關係為何？  
 (A)  $a < b < c$  (B)  $b < a < c$  (C)  $b < c < a$  (D)  $c < b < a$
4. 設  $a$ 、 $b$  為實數，若不等式  $|ax - b| < \frac{13}{2}$  之解為  $-\frac{3}{4} < x < \frac{23}{4}$  且  $a > 0$ ，則  $a + b$  之值為何？  
 (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6
5. 已知坐標平面上三點  $A(1, 2)$ 、 $B(4, 6)$ 、 $C(12, 0)$ ，如圖(二)所示，在  $\overline{AC}$  上找一點  $D$ ，使得  $\triangle BCD$  的面積是  $\triangle BAD$  的面積之 2 倍，若  $D$  點的坐標為  $(k, r)$ ，則  $3k + 3r$  之值為何？  
 (A) 18 (B) 16 (C) 14 (D) 12
6. 設  $a$  為實數，若二次不等式  $2x^2 + ax + 3 \geq 0$  的解為所有實數，則下列何者 **不可能** 為  $a$  之值？  
 (A) -2 (B) -3 (C) -4 (D) -5
7. 已知  $a$ 、 $b$  為實數，若  $|2a - 1| = |3a + 1|$  且  $|b + 2| = 2b$ ，則點  $P(a - 1, b - 1)$  在第幾象限？  
 (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四
8. 畫一個圓形如圖(三)，其中灰色部分為扇形且面積為甲，空白部分的面積為乙，若  $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} = 0.618$ ，則此灰色扇形稱為黃金比例扇形，在設計上，一把摺扇完全張開為黃金比例扇形為最美，且經過計算可得  $\angle AOB$  大約是  $137.5^\circ$ ，若  $137.5^\circ = x$  弧度，則  $x$  最接近下列哪個值？  
 (A) 1.8 (B) 2.4 (C) 3.1 (D) 4.2
9. 一個扇形可以捲成一個沒有底面的圓錐，則此扇形的面積即為圓錐的表面積，若一扇形的邊長為 4、弧長為 8，則此扇形捲成圓錐的表面積之值為何？  
 (A) 2 (B)  $2\pi$  (C) 16 (D)  $16\pi$



圖(一)



圖(二)



圖(三)

10. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC}=5$ 、 $\overline{AC}=12$ 、 $\angle C=\frac{\pi}{2}$ ，則下列何者之值最大？

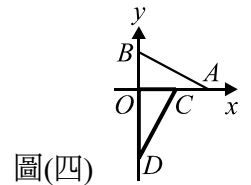
- (A)  $\cos A$  (B)  $\sec A$  (C)  $\tan B$  (D)  $\csc B$

11. 已知 $\theta$ 為銳角，且 $3\sin\theta=2\tan\theta$ ，則 $\frac{3\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+2\sin\theta}$ 之值為何？

- (A)  $\frac{3}{8}$  (B)  $\frac{-11+7\sqrt{5}}{8}$  (C)  $\frac{5}{8}$  (D)  $\frac{11+7\sqrt{5}}{8}$

12. 坐標平面上，如圖(四)，在 $\triangle AOB$ 中， $\overline{OB}=8$ 、 $\overline{OA}=15$ ，若 $\triangle AOB$ 以 $O$ 為圓心逆時針繞 $270^\circ$ ，變成 $\triangle DOC$ ，則 $\tan(\angle ACD)$ 之值為何？

- (A)  $\frac{17}{8}$  (B)  $\frac{15}{8}$   
(C)  $-\frac{8}{15}$  (D)  $-\frac{15}{8}$



圖(四)

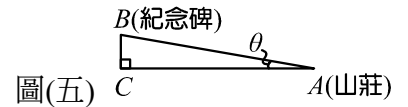
13. 設 $f(x)=-5\sin(-4\pi x-3)-2$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 $a$ 且週期為 $b$ ，則 $a+b$ 之值為何？

- (A)  $-\frac{13}{2}$  (B)  $-7+\frac{\pi}{2}$  (C)  $3-\frac{\pi}{2}$  (D)  $\frac{7}{2}$

14. 設 $f(x)=2\cos^2 x-5\cos x+4$ ，則 $f(x)$ 的最大值為何？

- (A)  $\frac{7}{8}$  (B) 1 (C) 11 (D)  $\frac{81}{4}$

15. 小華從山莊小屋 $A$ 點要爬上山頂的紀念碑 $B$ 點，小華用地圖 APP 查看如圖(五)所示， $C$ 點是通過山頂向下的垂直線與通過 $A$ 點的水平線之交點，小華將 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BC}$ 用尺丈量後，對照三角函數值表求



圖(五)

得 $\theta=20^\circ$ ，但是小華檢查後發現圖中的比例尺，水平方向為 $\frac{1}{80000}$ ；垂直方向為 $\frac{1}{20000}$ ，則實

際計算 $\angle BAC$ 的值在下列哪一個範圍內？(註： $\tan 5^\circ=0.0875$ 、 $\tan 6^\circ=0.1051$ 、 $\tan 7^\circ=0.1228$ 、 $\tan 8^\circ=0.1405$ 、 $\tan 9^\circ=0.1584$ 、 $\tan 20^\circ=0.4040$ )

- (A)  $5^\circ < \angle BAC < 6^\circ$  (B)  $6^\circ < \angle BAC < 7^\circ$   
(C)  $7^\circ < \angle BAC < 8^\circ$  (D)  $8^\circ < \angle BAC < 9^\circ$

16. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\frac{\sin A}{3}=\frac{\sin B}{5}=\frac{\sin C}{7}$ ，則 $\cos A$ 之值為何？

- (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3\sqrt{3}}{14}$  (C)  $\frac{11}{14}$  (D)  $\frac{13}{14}$

17. 已知 $\triangle ABC$ 三邊長分別為 $5$ 、 $12$ 、 $k$ ，由海龍公式可得 $\triangle ABC$ 面積為

$\sqrt{\left(\frac{17+k}{2}\right)\left(\frac{17+k}{2}-5\right)\left(\frac{17+k}{2}-12\right)\left(\frac{17+k}{2}-k\right)}=\frac{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}{4}$ ，若 $R$ 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑，則 $R$ 可

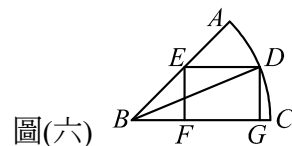
以由下列何者表示？

- (A)  $\frac{17+k}{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}$  (B)  $\frac{17-k}{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}$  (C)  $\frac{60k}{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}$  (D)  $\frac{156k}{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}$

18. 一個邊長為 2 的扇形  $ABC$ ，其圓心角為  $45^\circ$ ，如圖(六)所示。四邊形  $DEFG$  為扇形內接矩形，且  $\angle EBD = 22.5^\circ$ 。在  $\triangle EBD$  中，由正弦定理可得

$$\frac{\overline{BD}}{\sin(\angle BED)} = \frac{\overline{DE}}{\sin(\angle EBD)}, \text{ 即 } \frac{2}{\sin(\angle BED)} = \frac{\overline{DE}}{\sin 22.5^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}, \text{ 則 } \overline{DE} \text{ 之值為何?}$$



圖(六)

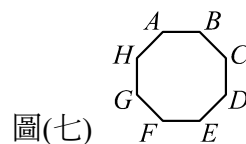
- (A)  $\sqrt{2-\sqrt{2}}$       (B)  $\sqrt{4-2\sqrt{2}}$       (C)  $\sqrt{2+\sqrt{2}}$       (D)  $\sqrt{4+2\sqrt{2}}$

19. 坐標平面上，設  $\vec{a} = (\sin 1020^\circ, \tan 1020^\circ)$  且  $\vec{b} = -2\vec{a}$ ，若  $|\vec{b}|^2 = m$ ，則有關  $m$  的敘述下列何者正確？

- (A)  $m$  是 2 的倍數      (B)  $m$  是無理數      (C)  $m$  是 3 的倍數      (D)  $m$  是質數

20. 設邊長為 6 的正八邊形，如圖(七)所示，則內積  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  之值為何？

- (A)  $-18\sqrt{3}$       (B)  $-18\sqrt{2}$   
(C)  $18\sqrt{2}$       (D)  $18\sqrt{3}$



圖(七)

21. 已知柯西不等式如下：設  $a_1, a_2, b_1, b_2$  為實數，則  $(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2)^2$  恆成立，且當  $a_1b_2 = a_2b_1$  時等號成立。若利用柯西不等式可得  $\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{3\cos^2 \theta}$  的最小值為  $m$ ，則  $(3m-4)^2$  之值為何？

- (A) 12      (B) 8      (C) 4      (D) 3

22. 坐標平面上，在  $\triangle KMN$  中，設  $\overrightarrow{KM} = (a, b)$ 、 $\overrightarrow{KN} = (2, 1)$ ，若  $a \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + b \times \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{vmatrix} = -16$ ，且  $\overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{KN} = 3$ ，則  $\triangle KMN$  的面積為何？

- (A)  $\frac{29}{8}$       (B)  $\frac{31}{4}$       (C)  $\frac{31}{3}$       (D)  $\frac{31}{2}$

23. 已知  $|\vec{a}| = 5$ 、 $|\vec{b}| = 6$ 、 $|\vec{c}| = 7$  且  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，則  $\vec{a}$  與  $\vec{b}$  的內積之值為何？

- (A) -6      (B) -8      (C) -10      (D) -12

24. 坐標平面上，已知  $\vec{a} = (2, 1)$ 、 $\vec{b} = (-3, 0)$ ，若  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影為  $(l, m)$ ， $\vec{b}$  在  $\vec{a}$  上的正射影為  $(r, s)$ ，則  $l+m+r+s$  之值為何？

- (A) -2      (B)  $-\frac{8}{5}$       (C)  $\frac{16}{5}$       (D)  $\frac{28}{5}$

25. 設  $A(1, 1)$ 、 $B(3, 1)$ 、 $C(1-\sqrt{3}, 2)$  為坐標平面上三點，則  $\tan(\angle CAB)$  之值為何？

- (A)  $-\sqrt{3}$       (B) -1      (C)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

【以下空白】