111 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷 111-1-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	D	C	D	A	C	A	C	C	A	A	B	A	C	C	D	C	B	A	B	D	B	D

1. 因為點 $A(a,b)$ 在第二象限
所以 $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab<0 \\ b-a>0 \end{cases}$
則 $P(ab,b-a)$ 為 $(-,+)$ 在第二象限
故選(B)

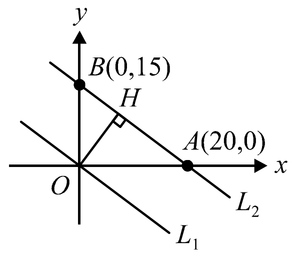
2. 由 $a-a^{-1}=2$ 兩邊平方得 $(a-a^{-1})^2=2^2$
$\Rightarrow a^2-2+a^{-2}=4 \Rightarrow a^2+a^{-2}=6$
利用立方差公式
$a^3-a^{-3}=a^3-(a^{-1})^3=(a-a^{-1})(a^2+a\cdot a^{-1}+a^{-2})$
$=(a-a^{-1})(a^2+a^{-2}+1)=2(6+1)=14$
故選(D)

3. 因為 D 點在 $\overline{BC}$ 上且線段 $\overline{AD}$ 平分 ΔABC 的面積
所以 D 點為 $\overline{BC}$ 之中點
則 $D(x,y)=(\frac{-9+3}{2},\frac{0+0}{2})=(-3,0)$
$x+y=-3+0=-3$，故選(B)

4. $\because \overline{AP}=2\overline{PB}$　$\therefore \overline{AP}:\overline{PB}=2:1$
利用內分點公式得 $\begin{cases} x=\dfrac{1\times(-1)+2\times 2}{2+1}=1 \\ y=\dfrac{1\times 3+2\times 9}{2+1}=7 \end{cases}$
$P(x,y)=(1,7) \Rightarrow x+y=1+7=8$
故選(D)

5. 已知該店採取降價措施，所以假設每件髮夾降價 x 元，那麼平均每天可多售出 $2x$ 件，則平均每天盈利為 $y=(50-x)(80+2x)$
$=4000+100x-80x-2x^2=-2x^2+20x+4000$
$=-2(x^2-10x)+4000=-2(x^2-10x+5^2)+4000+50$
$=-2(x-5)^2+4050$
當 $x=5$ 時，$y=4050$ 為最大值
即每件髮夾降價 5 元時
平均每天最多盈利為 4050 元
故選(C)

6. [法 1]由截距式得 $L_2：\frac{x}{20}+\frac{y}{15}=1 \Rightarrow 3x+4y=60$
因為 L_1 通過原點且平行 L_2，所以 $L_1：3x+4y=0$
利用兩平行線距離公式得
$d(L_1,L_2)=\frac{|60-0|}{\sqrt{3^2+4^2}}=12$
故選(D)
[法 2]如下圖所示
在 ΔOAB 中，作 $\overline{OH}$ 垂直 $\overline{AB}$ 於 H 點
已知 $\overline{OA}=20$，$\overline{OB}=15$，$\overline{AB}=\sqrt{20^2+15^2}=25$
L_1 與 L_2 的距離為 $\overline{OH}=\frac{15\times 20}{25}=12$
故選(D)

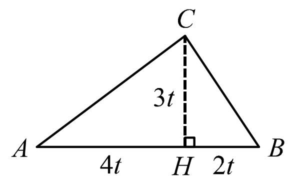


7. $L_1：y=mx+1$ 的斜率為 m
$L_2：x-2y-3=0$ 的斜率為 $-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$
因為 L_1 與 L_2 垂直，所以斜率相乘等於 -1
即 $m\times\frac{1}{2}=-1 \Rightarrow m=-2$
又因為 $(0,1)$ 在 L_2 上，代入 $L_2：x-2y-k=0$ 得
$0-2-k=0 \Rightarrow k=-2$
所以 $k+m=-2+(-2)=-4$，故選(A)

8. 利用點到直線的距離公式，得
$A(2,k)$ 到直線 $4x+3y-3=0$ 之距離為
$\frac{|4\cdot 2+3k-3|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2 \Rightarrow \frac{|3k+5|}{5}=2$
$\Rightarrow 3k+5=10$ 或 -10
$\Rightarrow 3k=5$ 或 $3k=-15$
$\Rightarrow k=\frac{5}{3}$ 或 $k=-5$
又因為 A 在第四象限，所以 $k=-5$
故選(C)

9. 因為三個相異點 A 、B 、C 無法構成一個三角形
所以三點共線，利用 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 的斜率相等得
$\frac{-3-1}{5-4}=\frac{k-(-3)}{7-5} \Rightarrow \frac{-4}{1}=\frac{k+3}{2} \Rightarrow k+3=-8 \Rightarrow k=-11$
故選(A)

10. 如下圖所示，作 $\overline{CH}$ 垂直 $\overline{AB}$ 於 H 點
因為 $\overleftrightarrow{AB}$ 為水平線且 $\overleftrightarrow{AC}$、$\overleftrightarrow{BC}$ 的斜率分別為 $\frac{3}{4}$、$-\frac{3}{2}$
所以假設 $\overline{AH}=4t$ 、$\overline{CH}=3t$ 、$\overline{BH}=2t$
ΔABC 的面積為 $\frac{1}{2}\overline{AB}\times\overline{CH}=\frac{1}{2}(4t+2t)\times 3t=9t^2=81$
$\Rightarrow t^2=9 \Rightarrow t=\pm 3$ (負不合) $\Rightarrow t=3$
$\overline{AB}=6t=18$，故選(C)



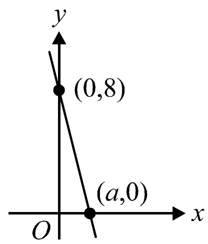
11. 假設直線 L 與 x 軸相交於 $(a\,,0)$

因為 L 通過點 $(0\,,8)$ 且斜率為 -4

所以 $\dfrac{0-8}{a-0}=-4\Rightarrow\dfrac{-8}{a}=-4\Rightarrow a=2$

L 與兩坐標軸所圍成的三角形面積為 $\dfrac{1}{2}\times2\times8=8$

故選(C)



12. 假設 x 為託運重量，y 為行李費用

依題意得 $y=n(x-m)$

因為函數圖形通過點 $(30\,,800)$ 、$(40\,,2400)$

將其代入函數得 $\begin{cases}2400=n(40-m)\\800=n(30-m)\end{cases}$

即 $40n-mn=2400$ ……①

$30n-mn=800$ ……②

由① − ②得 $n=160$ ，代入①得 $m=25$

故 $m+n=25+160=185$

故選(A)

13. A 、B 的中點坐標為 $(\dfrac{0+2}{2},\dfrac{-3+1}{2})=(1\,,-1)$

$\overline{AB}$ 的斜率為 $\dfrac{1-(-3)}{2-0}=\dfrac{4}{2}=2$

假設 $\overline{AB}$ 的垂直平分線斜率為 m

因為 $m\times2=-1\Rightarrow m=-\dfrac{1}{2}$

所以 $\overline{AB}$ 的垂直平分線方程式為

$y-(-1)=-\dfrac{1}{2}(x-1)\Rightarrow2y+2=-x+1$

$\Rightarrow x+2y+1=0$

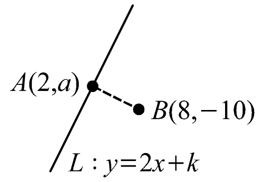
故選(A)

14. 如下圖所示，直線 L 外一點 $B(8\,,-10)$ 到直線 L 的最短距離即為 B 到 L 的垂直距離，因為其距離恰好是 $\overline{AB}$ 的長度，所以 $\overline{AB}$ 與 L 垂直，斜率相乘為 -1 ，又直線 L 的斜率為 2

$\overline{AB}$ 的斜率為 $\dfrac{a-(-10)}{2-8}=\dfrac{a+10}{-6}$

$\Rightarrow2\times\dfrac{a+10}{-6}=-1\Rightarrow\dfrac{a+10}{-3}=-1$

$\Rightarrow a+10=3\Rightarrow a=-7$ ，故選(B)



15. 先假設 A 點為原點並坐標化

得知點 $B(200\,,150)$ 、$C(60\,,10)$

通過 A 、B 的直線斜率為 $\dfrac{150}{200}=\dfrac{3}{4}$

其方程式為 L：$y=\dfrac{3}{4}x\Rightarrow3x-4y=0$

利用點到直線的距離公式得

$d(C\,,L)=\dfrac{|3\times60-4\times10|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{140}{5}=28$ ，故選(A)

16. $\because f(x)$ 有因式 $x+2$

$\therefore f(-2)=0\Rightarrow(-2)^3+3\cdot(-2)^2+k\cdot(-2)+8=0$

$\Rightarrow12-2k=0\Rightarrow k=6$ ，故選(C)

17. 利用十字交乘法因式分解得

$6x^2+x-1=(3x-1)(2x+1)$

$3x^2-7x+2=(3x-1)(x-2)$

共同因式 $f(x)=3x-1$

$f(a)=3a-1=0\Rightarrow a=\dfrac{1}{3}$

故選(C)

18. 由長除法(採分離係數法)

$$\begin{array}{r l}
 3-1-6 & \rightarrow \text{商式}\\
1+2+3\,\big)\,\overline{3+5+1+4+7} & \\
\underline{3+6+9} & \\
-1-8+4 & \\
\underline{-1-2-3} & \\
-6+7+7 & \\
\underline{-6-12-18} & \\
19+25 & \rightarrow \text{餘式}19x+25
\end{array}$$

得餘式為 $19x+25$

故選(D)

19. 由題意可令

$f(x)=(x^2-x-2)Q_1(x)+3x+1\Rightarrow f(2)=7$

$g(x)=(x-2)Q_2(x)-5\Rightarrow g(2)=-5$

可知 $f(x)+g(x)$ 除以 $x-2$ 得餘式為

$f(2)+g(2)=7+(-5)=2$

故選(C)

20. 由餘式定理得餘式為

$f(-1)=2(-1)^{99}+10(-1)^5+(-1)^2+4$

$=-2-10+1+4=-7$ ，故選(B)

21. 假設 $f(x)$ 除以 x^2+x-6 的商式為 $Q_1(x)$ ，餘式為 $ax+b$

由除法原理得

$f(x)=(x^2+x-6)Q_1(x)+ax+b$

$\quad=(x+3)(x-2)Q_1(x)+ax+b$

依題意假設 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的商式爲 $Q_2(x)$ ，餘式爲 1；除以 x^2+2x-3 的商式爲 $Q_3(x)$ ，餘式爲 $x+9$

由除法原理得

$f(x)=(x-2)Q_2(x)+1$

$f(x)=(x^2+2x-3)Q_3(x)+x+9$

$\quad\;\;=(x+3)(x-1)Q_3(x)+x+9$

得 $\begin{cases} f(2)=2a+b=1 \\ f(-3)=-3a+b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$

餘式爲 $-x+3$

故選(A)

22. 假設正方形的邊長爲 x

根據題意得 $(x+4)(x+8)=3x^2 \Rightarrow x^2+12x+32=3x^2$

$\Rightarrow 2x^2-12x-32=0 \Rightarrow x^2-6x-16=0$

$\Rightarrow (x-8)(x+2)=0 \Rightarrow x=8$ 或 -2 (不合)

$\Rightarrow a+b+c=8+6+16=30$

故選(B)

23. 由除法原理得

$f(x)=(x^2+x-2)(2x^3+x-1)+5x-2$

(A) $f(x)$ 的常數項爲 $f(0)=(-2)(-1)-2=2-2=0$

(B) $f(x)$ 爲五次多項式

(C) $f(x)=(x^2+x-2)(2x^3+x-1)+5x-2$

$-x^2$

x^2

展開後 x^2 項的係數爲 $1\cdot(-1)+1\cdot 1=-1+1=0$

(D) 利用餘式定理， $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式爲

$f(1)=(1+1-2)(2+1-1)+5-2=3$

故選(D)

24. 因爲 $f(-1)=0$，所以 $f(x)$ 有因式 $x+1$

又 $f(x)$ 的領導係數爲 2

所以 $f(x)=2(x+1)(x+p)$

又因爲 $f(1)=16$

$\Rightarrow 2(1+1)(1+p)=4+4p=16 \Rightarrow 4p=12 \Rightarrow p=3$

$f(2)=2(2+1)(2+3)=30$

故選(B)

25. 假設 $f(x)=3x^2+2x+c$ ， $g(x)=x-p$

根據題意得

甲生錯看成 $h(x)=2x^2+2x+c$ ……①

乙生錯看成 $k(x)=3x^2+4x+c$ ……②

若甲生和乙生算出來的餘式剛好一樣

則利用餘式定理

$x-p=0 \Rightarrow x=p$ 代入①式、②式會相等

即 $h(p)=k(p)$

$\Rightarrow 2p^2+2p+c=3p^2+4p+c$

移項整理得 $p^2+2p=0$

$\Rightarrow p(p+2)=0 \Rightarrow p=0$ 或 -2

則 $g(x)$ 可能爲 x 或 $x+2$

故選(D)