

# 111 學年度四技二專第一次聯合模擬考試

## 共同科目 數學(B)卷 詳解

數學(B)卷

111-1-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	C	D	A	C	D	B	A	C	B	D	B	A	D	C	A	C	B	A	A	B	D	A	D

1. 三點無法構成一個三角形的三頂點  $\Rightarrow$  三點共線

$$\Rightarrow m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{1-2}{-2-3} = \frac{a-2-1}{a+3-(-2)} \Rightarrow a=5$$

故選(C)

2.  $\because$  方程式有兩相異實根  $\Rightarrow b^2 - 4ac > 0$ 

$$\therefore (k-3)^2 - 4 \times 1 \times (2k-1) > 0 \Rightarrow k^2 - 14k + 13 > 0$$

$$\Rightarrow (k-13)(k-1) > 0 \Rightarrow k > 13 \text{ 或 } k < 1$$

故選(B)

3. 中點  $M(\frac{a+7}{2}, \frac{2+b}{2}) = (2, -1) \Rightarrow a = -3, b = -4$  $\therefore A(-3, 2) \Rightarrow A$  點到  $y$  軸的距離為  $|-3| = 3$  $B(7, -4) \Rightarrow B$  點到  $x$  軸的距離為  $|-4| = 4$  $\therefore$  距離和  $= 3 + 4 = 7$ , 故選(C)4.  $\because$  原式能化為  $x$  之多項式

$$\Rightarrow x^3 + ax^2 + bx - 8 \text{ 能被 } x^2 + x - 2 \text{ 整除}$$

$$\text{又 } x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)$$

 $\therefore x+2, x-1$  為  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 8$  之因式

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-8) + 4a - 2b - 8 = 0 \\ 1 + a + b - 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 5, b = 2$$

 $\therefore a - b = 3$ , 故選(D)5. 直線  $L_1$  的斜率為  $-\frac{3}{4}$  且通過點  $(-1, 0)$ 

由點斜式可知：

$$L_1: y - 0 = -\frac{3}{4}(x + 1) \Rightarrow L_1: 3x + 4y + 3 = 0$$

直線  $L_2$  的  $x$  截距與  $y$  截距分別為  $4, 3$ 

$$\text{由截距式可知：} L_2: \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow L_2: 3x + 4y - 12 = 0$$

$$\therefore L_1 \text{ 與 } L_2 \text{ 平行} \Rightarrow d = \frac{|3 - (-12)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3, \text{ 故選(A)}$$

6.  $\overline{AB}$  中點  $M(\frac{(-4)+2}{2}, \frac{1+3}{2}) = (-1, 2)$  $\overline{AB}$  邊上的中線長為

$$\overline{CM} = \sqrt{(6+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{58}, \text{ 故選(C)}$$

7. 設甲、乙兩地相距  $2x$  公里大雄騎完  $x$  公里所花費的時間與靜香騎完  $x-3$  公里所花費的時間相同大雄騎完  $x$  公里花了  $\frac{x}{12}$  小時，靜香騎完  $x-3$  公里花了  $\frac{x-3}{10}$  小時(時間 =  $\frac{\text{距離}}{\text{速度}}$ )

$$\Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x-3}{10} \Rightarrow x = 18 \Rightarrow 2x = 36$$

 $\therefore$  甲、乙兩地相距為 36 公里，故選(D)

[另解]

設大雄與靜香騎腳踏車所花的時間均為  $t$  小時(距離 = 速度  $\times$  時間)

$$\begin{array}{c} \text{大雄} \qquad \qquad \text{靜香} \\ \hline | \qquad \qquad | \qquad \qquad | \\ 12t \qquad 3 \qquad 10t \end{array}$$

$$\Rightarrow 12t = 3 + 10t \Rightarrow t = \frac{3}{2}$$

 $\therefore$  兩地距離  $= 12t + 3 + 10t = 18 + 3 + 15 = 36$ , 故選(D)

$$8. \text{ 原式} = \frac{x(3x+y)}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)(x+y)}{(3x+y)(x+y)} \times \frac{x-y}{5x} = \frac{1}{5}$$

故選(B)

$$9. \overline{PQ} \text{ 之中點 } (\frac{2+(-4)}{2}, \frac{1+3}{2}) = (-1, 2)$$

$$m_{\overline{PQ}} = \frac{3-1}{(-4)-2} = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore L \perp \overline{PQ} \quad \therefore m_L \times m_{\overline{PQ}} = -1 \Rightarrow m_L = 3$$

由點斜式可知：

$$y - 2 = 3(x + 1) \Rightarrow 3x - y + 5 = 0 \text{ (同乘 } -2)$$

$$\Rightarrow L: -6x + 2y - 10 = 0$$

$$\therefore a = -6, b = 2 \Rightarrow a + 2b = -6 + 2 \times 2 = -2, \text{ 故選(A)}$$

$$10. \because -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow (x + \frac{1}{3})(x - \frac{3}{2}) \leq 0$$

$$\Rightarrow (3x+1)(2x-3) \leq 0 \Rightarrow 6x^2 - 7x - 3 \leq 0 \text{ (同乘 } -2)$$

$$\Rightarrow -12x^2 + 14x + 6 \geq 0$$

比較係數得： $a = -12, b = 14$ 

$$\Rightarrow a + b = 2, \text{ 故選(C)}$$

$$11. L_1: ax + y - b = 0$$

$$\Rightarrow x \text{ 截距 } \frac{b}{a} > 0, y \text{ 截距 } b > 0 \Rightarrow a > 0$$

$$L_2: x + cy + d = 0$$

$$\Rightarrow x \text{ 截距 } -d > 0, y \text{ 截距 } -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d < 0, c < 0$$

$$\Rightarrow ad < 0, b - c > 0$$

 $\therefore Q(ad, b - c)$  屬於第二象限，故選(B)

$$12. \text{ 令 } f(x) = g(x) \times 2 + (-5x + 7)$$

$$\Rightarrow f(x) - (-5x + 7) = 2g(x)$$

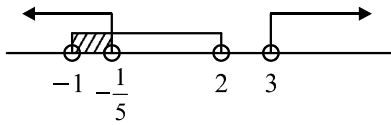
$$\Rightarrow (4x^3 - 10x^2 + 21x - 23) - (-5x + 7) = 2g(x)$$

$$\Rightarrow 4x^3 - 10x^2 + 26x - 30 = 2g(x)$$

$$\Rightarrow g(x) = 2x^3 - 5x^2 + 13x - 15$$

$\therefore g(x) = (x^2 - x + 5)(ax + b)$   
 $\Rightarrow (2x^3 - 5x^2 + 13x - 15) \div (x^2 - x + 5) = 2x - 3$   
 $\therefore a = 2, b = -3$   
 $\Rightarrow 3a - 2b = 3 \times 2 - 2 \times (-3) = 12$ ，故選(D)

13.  $|2x - 1| < 3 \Rightarrow -3 < 2x - 1 < 3$   
 $\Rightarrow -2 < 2x < 4 \Rightarrow -1 < x < 2$   
 $|5x - 7| > 8 \Rightarrow 5x - 7 < -8$  或  $5x - 7 > 8$   
 $\Rightarrow 5x < -1$  或  $5x > 15 \Rightarrow x < -\frac{1}{5}$  或  $x > 3$



$\therefore$  聯立不等式的解為  $-1 < x < -\frac{1}{5}$ ，故選(B)

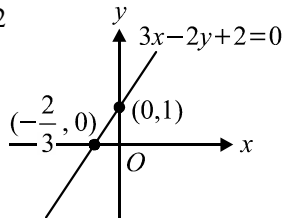
14.  $\therefore f(2) = f(-1) = 0$   
 $\therefore f(x)$  有  $x - 2$ 、 $x + 1$  兩個因式  
 設  $f(x) = (x - 2)(x + 1)(ax + b)$   
 又  $f(3) = 1 \times 4 \times (3a + b) = 12$   
 $\Rightarrow 12a + 4b = 12 \Rightarrow 3a + b = 3$   
 $f(0) = (-2) \times 1 \times b = 6 \Rightarrow -2b = 6 \Rightarrow b = -3$   
 $\Rightarrow a = 2$   
 $\therefore f(x) = (x - 2)(x + 1)(2x - 3)$   
 $\Rightarrow f(-2) = (-4) \times (-1) \times (-7) = -28$ ，故選(A)

15.  $\begin{cases} 4x + 3y - 20 = 0 \\ 2x + 5y - 24 = 0 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (2, 4)$ ，即  $A(2, 4)$

設與  $L_3$  平行的直線方程式為  $L: 3x - 2y + k = 0$   
 又過點  $A(2, 4)$

$\Rightarrow 3 \times 2 - 2 \times 4 + k = 0 \Rightarrow k = 2$   
 $\therefore$  直線  $L: 3x - 2y + 2 = 0$

$x$	0	$-\frac{2}{3}$
$y$	1	0



$\therefore$  直線  $L$  不通過第四象限  
 故選(D)

16. 設老師規定的交件時間是  $x$  天  
 $\Rightarrow$  糜豆子單獨製作一件禮服需  $x$  天完工，小圓子單獨製作相同禮服需  $x + 8$  天完工  
 $(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+8}) \times 6 + \frac{1}{x+8} \times (x-6) = 1 \Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{x}{x+8} = 1$   
 兩邊同乘  $x(x+8)$  去分母得  $\Rightarrow 6(x+8) + x^2 = x(x+8)$   
 $\Rightarrow 6x + 48 + x^2 = x^2 + 8x \Rightarrow x = 24$   
 $\therefore$  小圓子單獨製作禮服需要  $24 + 8 = 32$  天才能完成，故選(C)

17. 設兩根為  $\alpha$ 、 $\alpha + 5$   
 則  $\begin{cases} \alpha + (\alpha + 5) = -9 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \alpha(\alpha + 5) = k \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$   
 由 $\textcircled{1}$ 得  $\alpha = -7$  代入 $\textcircled{2} \Rightarrow k = 14$   
 $\therefore kx^2 + 7x - 5 = 0 \Rightarrow 14x^2 + 7x - 5 = 0$

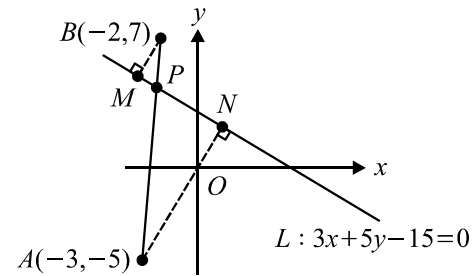
$\Rightarrow$  兩根和為  $-\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$ ，故選(A)

18. 設二次函數  $f(x) = a(x - 2)^2 + b$ ，將  $(-1, -7)$  和  $(4, 3)$  兩點代入二次函數可得

$$\begin{cases} a(-1-2)^2 + b = -7 \\ a(4-2)^2 + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + b = -7 \\ 4a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -2, b = 11$$

$\therefore$  二次函數  $f(x) = -2(x - 2)^2 + 11$   
 $\Rightarrow f(3) = -2 \times (3 - 2)^2 + 11 = 9$ ，故選(C)

19. 如圖所示， $\triangle ANP$  與  $\triangle BMP$  為相似三角形



$$\overline{AP} : \overline{BP} = d(A, L) : d(B, L)$$

$$\Rightarrow \frac{|3 \times (-3) + 5 \times (-5) - 15|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} : \frac{|3 \times (-2) + 5 \times 7 - 15|}{\sqrt{3^2 + 5^2}}$$

$$= \frac{49}{\sqrt{34}} : \frac{14}{\sqrt{34}} = 7 : 2$$
，故選(B)

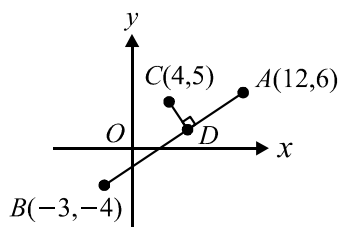
20. 
$$\begin{array}{r} 3 \quad +5 \quad -1 \quad +7 \\ -6 \quad +2 \quad -2 \\ \hline 3 \quad -1 \quad +1 \quad +5 \rightarrow d \\ -6 \quad +14 \\ \hline 3 \quad -7 \quad +15 \rightarrow c \\ -6 \\ \hline a \leftarrow 3 \quad -13 \rightarrow b \end{array}$$

$\therefore a + b - c + d = 3 + (-13) - 15 + 5 = -20$   
 故選(A)

21.  $\therefore 4$  為方程式  $x^3 + 5x^2 - kx - 80 = 0$  的一根  
 代入得  $64 + 80 - 4k - 80 = 0 \Rightarrow k = 16$   
 $\therefore$  原方程式為  $x^3 + 5x^2 - 16x - 80 = 0$   
 原式  $\Rightarrow x^2(x + 5) - 16(x + 5) = 0$   
 $\Rightarrow (x + 5)(x^2 - 16) = 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 4)(x + 4) = 0$   
 $\Rightarrow x = -5$  或  $4$  或  $-4$   
 $\Rightarrow k + \alpha + \beta = 16 + (-5) + (-4) = 7$   
 故選(A)

22.  $m_{AB} = \frac{-4 - 6}{-3 - 12} = \frac{2}{3}$   
 $\Rightarrow \overline{AB}$  直線方程式為：  
 $y - 6 = \frac{2}{3} \times (x - 12) \Rightarrow 2x - 3y - 6 = 0$   
 $\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \Rightarrow$  設  $\overline{CD}$  直線方程式為  $3x + 2y + k = 0$ ，  
 過點  $C(4, 5)$  代入：  
 $\Rightarrow 3 \times 4 + 2 \times 5 + k = 0 \Rightarrow k = -22$   
 $\therefore$  直線方程式為  $3x + 2y - 22 = 0$

$$\begin{cases} 2x-3y-6=0 \\ 3x+2y-22=0 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (6, 2), \text{ 故選(B)}$$



23. 先求交點  $\Rightarrow$  解  $\begin{cases} x+y-5=0 \\ y=x^2-2x-1 \end{cases}$

將  $x+y-5=0 \Rightarrow y=-x+5$  代入  $y=x^2-2x-1$

可得  $-x+5=x^2-2x-1 \Rightarrow x^2-x-6=0$

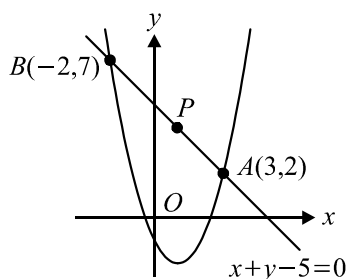
$\Rightarrow (x-3)(x+2)=0 \Rightarrow x=3$  或  $-2$

$\Rightarrow$  代回  $x+y-5=0 \Rightarrow A(3, 2)$ 、 $B(-2, 7)$

$\therefore 3\overline{AB}=5\overline{PB} \Rightarrow \overline{AB}:\overline{PB}=5:3 \Rightarrow \overline{AP}:\overline{PB}=2:3$

$a = \frac{2 \times (-2) + 3 \times 3}{2+3} = 1$ ,  $b = \frac{2 \times 7 + 3 \times 2}{2+3} = 4$

$\therefore P$  點坐標  $(1, 4)$ , 故選(D)



24. 原式  $\Rightarrow [(x-2)(x+4)][(x-3)(x+5)]-60=0$

$\Rightarrow (x^2+2x-8)(x^2+2x-15)-60=0$

令  $t=x^2+2x \Rightarrow (t-8)(t-15)-60=0$

$\Rightarrow t^2-23t+60=0 \Rightarrow (t-3)(t-20)=0 \Rightarrow t=3$  或  $20$

①  $t=x^2+2x=3 \Rightarrow (x-1)(x+3)=0 \Rightarrow x=1$  或  $-3$

②  $t=x^2+2x=20 \Rightarrow x^2+2x-20=0$

$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{84}}{2 \times 1} = -1 \pm \sqrt{21}$

$\therefore$  所有實數根之和：

$(-1+\sqrt{21})+(-1-\sqrt{21})+(-3)+1=-4$ , 故選(A)

[另解]

①  $t=x^2+2x=3 \Rightarrow x^2+2x-3=0$

$\therefore b^2-4ac=2^2-4 \times 1 \times (-3)=16 > 0$

$\Rightarrow$  方程式有兩相異實數根

$\therefore$  兩根和  $= \frac{-2}{1} = -2$

②  $x^2+2x=20 \Rightarrow x^2+2x-20=0$

$\therefore b^2-4ac=2^2-4 \times 1 \times (-20)=84 > 0$

$\Rightarrow$  方程式有兩相異實數根

$\therefore$  兩根和  $= \frac{-2}{1} = -2$

由①②知：所有實數根之和  $= (-2) + (-2) = -4$

故選(A)

25.  $x = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow x + 1 = \sqrt{3} \Rightarrow (x + 1)^2 = (\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

利用長除法可得  $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 26x + 7$

$= (x^2 + 2x - 2) \times (2x^2 - 4x + 9) + 25$

$\therefore f(\sqrt{3} - 1) = 0 \times [2(\sqrt{3} - 1)^2 - 4(\sqrt{3} - 1) + 9] + 25 = 25$

故選(D)