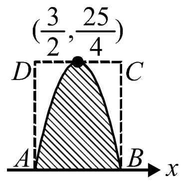
111 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 111-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	C	A	D	B	B	C	C	B	D	D	C	A	D	C	B	C	C	A	D	A	B	D

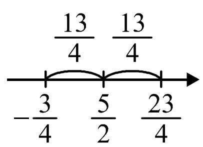
1. 設矩形長爲 a 、寬爲 $b \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}=15$
即 $a^2+b^2=225$ 。由算幾不等式知 $\dfrac{a^2+b^2}{2} \ge \sqrt{a^2b^2}$
$\Rightarrow \dfrac{225}{2} \ge ab$ ，當 $a=b$ 時等號成立，所以長寬比爲 1：1 時面積最大，故選(A)

2. $f(x)=-(x^2-3x)+4$
$=-(x-\dfrac{3}{2})^2+\dfrac{25}{4}$ ，得頂點 $(\dfrac{3}{2},\dfrac{25}{4})$
又 $-x^2+3x+4=0 \Rightarrow x^2-3x-4=0$
$\Rightarrow (x-4)(x+1)=0$ ， $x=4$ 、 -1
得拋物線與 x 軸交點 $A(-1,0)$ 、 $B(4,0)$
$\Rightarrow \overline{AB}=5$ ，則矩形的布面積最小爲 $5\times\dfrac{25}{4}=\dfrac{125}{4}$
故選(B)



3. 將 a 分母有理化
$\Rightarrow a=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})$
$=\sqrt{100}-1=9$ ， $b=\sqrt{26}+\sqrt{27}>\sqrt{25}+\sqrt{25}=10$ ，得 $b>a$ ，又 $b=\sqrt{26}+\sqrt{27}<\sqrt{36}+\sqrt{36}=12$ ， $c=4\pi$
$\fallingdotseq 4\times3.14>12$ ，即 $a<b<c$ ，故選(A)

4. $-\dfrac{3}{4}<x<\dfrac{23}{4}$，$\dfrac{23}{4}$ 與 $-\dfrac{3}{4}$ 的中點爲 $\dfrac{5}{2}$，中點至兩端點的距離都是 $\dfrac{13}{4}$
可得 $\left|x-\dfrac{5}{2}\right|<\dfrac{13}{4}$ ，乘以 $|2|$ ，
$|2|\times\left|x-\dfrac{5}{2}\right|<|2|\times\dfrac{13}{4} \Rightarrow |2x-5|<\dfrac{13}{2}$ ， $a=2$ 、 $b=5$ ，
即 $a+b=2+5=7$ ，故選(C)



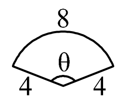
5. 由題意可知 $\overline{AD}:\overline{DC}=1:2$ ，利用分點公式 $D(\dfrac{1\times12+2\times1}{1+2},\dfrac{1\times0+2\times2}{1+2})=(\dfrac{14}{3},\dfrac{4}{3})=(k,r)$
$\therefore 3k+3r=14+4=18$ ，故選(A)

6. $2x^2+ax+3\ge0$ 恆成立，則判別式 $D\le0$
$\Rightarrow a^2-4\times2\times3\le0 \Rightarrow (a+\sqrt{24})(a-\sqrt{24})\le0$
$-\sqrt{24}\le a\le\sqrt{24}$ ，又 $-5=-\sqrt{25}<-\sqrt{24}$
所以 a 不可能爲 -5 ，故選(D)

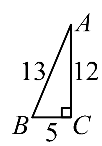
7. $|2a-1|=|3a+1| \Rightarrow 2a-1=\pm(3a+1) \Rightarrow a=-2$ 或 0，
$a-1=-3$ 或 -1 可知 $a-1<0$
$|b+2|=2b \Rightarrow b+2=\pm2b \Rightarrow b=2$ 或 $-\dfrac{2}{3}$ (不合 $\because$ $2b\ge0$)，可知 $b-1=1>0$
$\therefore$ 點 $P(a-1,b-1)=(-,+)$ ，在第二象限，故選(B)

8. 由 $180^\circ=\pi$ 弧度，得 $1^\circ=\dfrac{\pi}{180}$ ，兩邊同乘以 137.5
$\Rightarrow 137.5^\circ=\dfrac{137.5\pi}{180}$ ， $\dfrac{130\pi}{180}<\dfrac{137.5\pi}{180}<\dfrac{140\pi}{180}$
$\Rightarrow 2.27<\dfrac{137.5\pi}{180}<2.44$ ，可知 2.4 最接近，故選(B)
[另解]
面積比＝圓心角比 $\Rightarrow \dfrac{甲}{乙}=0.618=\dfrac{0.618}{1}$
$\Rightarrow$ 所以甲的圓心角爲 $2\pi\times\dfrac{0.618}{1+0.618}\fallingdotseq 2\pi\times\dfrac{0.6}{1.6}$
$\fallingdotseq \dfrac{3}{4}\pi=\dfrac{3}{4}\times3.14=2.355$ ，可知最接近 2.4，故選(B)

9. 扇形弧長 $=r\cdot\theta \Rightarrow 4\theta=8$ ， $\theta=2$ 弧度
圓錐的表面積＝扇形面積
$=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}\cdot4^2\cdot2=16$ ，故選(C)

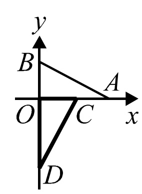


10. $\cos A=\dfrac{12}{13}$，$\sec A=\dfrac{1}{\cos A}=\dfrac{13}{12}$，$\tan B=\dfrac{12}{5}$
$\csc B=\dfrac{1}{\sin B}=\dfrac{1}{\frac{12}{13}}=\dfrac{13}{12}$ ，可知 $\tan B$ 最大，
故選(C)



11. $3\sin\theta=2\times\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow 3=\dfrac{2}{\cos\theta}$ ，得 $\cos\theta=\dfrac{2}{3}$
又 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1 \Rightarrow \sin\theta=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$
(負不合 $\because$ θ 爲銳角)
$\dfrac{3\cos\theta-\sin\theta}{\cos\theta+2\sin\theta}=\dfrac{3\times\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}+2\times\frac{\sqrt{5}}{3}}=\dfrac{6-\sqrt{5}}{2+2\sqrt{5}}$
$=\dfrac{6-\sqrt{5}}{2+2\sqrt{5}}\times\dfrac{2\sqrt{5}-2}{2\sqrt{5}-2}=\dfrac{-11+7\sqrt{5}}{8}$ ，故選(B)

12. 令 $\angle ABO=\theta \Rightarrow \angle DCO=\theta$
ΔAOB 中， $\tan\theta=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\dfrac{15}{8}$
又 $\angle ACD=180^\circ-\angle DCO=\pi-\theta$
$\therefore \tan(\angle ACD)=\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta$
$=-\dfrac{15}{8}$ ，故選(D)



13. $\because -1\le\sin(-4\pi x-3)\le1 \Rightarrow 5\ge-5\sin(-4\pi x-3)\ge-5$
$\Rightarrow 3\ge-5\sin(-4\pi x-3)-2\ge-7$ ，則最大值 $a=3$

$f(x)$ 的週期 $=\dfrac{2\pi}{|-4\pi|}=\dfrac{1}{2}=b$，$a+b=3+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}$

故選(D)

14. $f(x)=2[\cos^2 x-\dfrac{5}{2}\cos x+(\dfrac{5}{4})^2]-2\cdot(\dfrac{5}{4})^2+4$

$=2(\cos x-\dfrac{5}{4})^2+\dfrac{7}{8}$

$\because -1\le\cos x\le 1$　$\therefore$當 $\cos x=-1$ 時

$f(x)$ 的最大值為 $2(-1-\dfrac{5}{4})^2+\dfrac{7}{8}=11$，故選(C)

15. 在圖(五)之 ΔABC 中，令 $\overline{AC}=x$ 、$\overline{BC}=y$，APP 的地圖上 $\tan(\angle BAC)=\dfrac{y}{x}=\tan 20°=0.4040$，但是實際的長度 $\overline{AC}=80000x$ 、$\overline{BC}=20000y$，因此實際上

$\tan(\angle BAC)=\dfrac{20000y}{80000x}=\dfrac{y}{4x}=\dfrac{1}{4}\tan 20°=\dfrac{1}{4}\times 0.4040$

$=0.1010\Rightarrow 0.0875<0.1010<0.1051$

$\Rightarrow \tan 5°<\tan(\angle BAC)<\tan 6°$

即$\angle BAC$ 比 5°大且比 6°小，故選(A)

16. 由正弦定理知

$a：b：c=\sin A：\sin B：\sin C=3：5：7$

令 $a=3k$ 、$b=5k$ 、$c=7k$ ($k>0$)

由餘弦定理知 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$=\dfrac{(5k)^2+(7k)^2-(3k)^2}{2\cdot 5k\cdot 7k}=\dfrac{13}{14}$，故選(D)

17. $\Delta=\dfrac{abc}{4R}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}{4}=\dfrac{5\times 12\times k}{4R}$

$\Rightarrow R=\dfrac{60k}{\sqrt{(17^2-k^2)(k^2-7^2)}}$，故選(C)

18. ΔBEF 為等腰直角三角形，所以$\angle BEF=45°$

即$\angle BED=135°$　$\therefore\dfrac{2}{\sin 135°}=\dfrac{\overline{DE}}{\sin 22.5°}$

$\Rightarrow\overline{DE}=\dfrac{2\sin 22.5°}{\sin 135°}=\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\sqrt{4-2\sqrt{2}}$，故選(B)

19. $\sin 1020°=\sin(1020°-360°\times 2)=\sin 300°=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 1020°=\tan(1020°-360°\times 2)=\tan 300°=-\sqrt{3}$

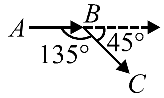
$\Rightarrow\vec{a}=(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\sqrt{3})$

$\Rightarrow\vec{b}=-2\vec{a}=-2(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\sqrt{3})=(\sqrt{3},2\sqrt{3})$

$\Rightarrow|\vec{b}|^2=\sqrt{3}^2+(2\sqrt{3})^2=15$，15 是有理數且是 3 的倍數，故選(C)

20. 正八邊形的每個內角為 $\dfrac{(8-2)\times 180°}{8}=135°$

$\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{BC}$的夾角是 $(180°-135°)=45°$



$\Rightarrow\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos 45°=6\times 6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}$

故選(C)

21. $[(\dfrac{1}{\sin\theta})^2+(\dfrac{1}{\sqrt{3}\cos\theta})^2](\sin^2\theta+\cos^2\theta)$

$\ge[(\dfrac{1}{\sin\theta})\cdot\sin\theta+\dfrac{1}{\sqrt{3}\cos\theta}\cdot\cos\theta]^2$

則 $\dfrac{1}{\sin^2\theta}+\dfrac{1}{3\cos^2\theta}\ge(1+\dfrac{1}{\sqrt{3}})^2=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{3}=m$

$\Rightarrow(3m-4)^2=(3\times\dfrac{4+2\sqrt{3}}{3}-4)^2=12$，故選(A)

22. $a\times\begin{vmatrix}1&3\\2&4\end{vmatrix}+b\times\begin{vmatrix}5&7\\6&8\end{vmatrix}=-16$

$\Rightarrow a\times(4-6)+b\times(40-42)=-16\Rightarrow a+b=8$ ……①

$\overrightarrow{KM}\cdot\overrightarrow{KN}=(a,b)\cdot(2,1)=2a+b=3$ ……②

由①、②知 $a=-5$ 、$b=13$，即$\overrightarrow{KM}=(-5,13)$

ΔKMN 的面積 $=\dfrac{1}{2}|\begin{vmatrix}-5&13\\2&1\end{vmatrix}|=\dfrac{1}{2}|-5-26|=\dfrac{31}{2}$

故選(D)

23. $\because\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0\Rightarrow\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|^2=|-\vec{c}|^2$

$\Rightarrow|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2\Rightarrow 25+2\vec{a}\cdot\vec{b}+36=49$

得$\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$，故選(A)

24. $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影 $(\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2})\vec{b}=(\dfrac{(2,1)\cdot(-3,0)}{|(-3,0)|^2})(-3,0)$

$=\dfrac{-6}{9}(-3,0)=(2,0)=(l,m)$

$\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的正射影 $(\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{|\vec{a}|^2})\vec{a}=(\dfrac{(-3,0)\cdot(2,1)}{|(2,1)|^2})(2,1)$

$=\dfrac{-6}{5}(2,1)=(\dfrac{-12}{5},\dfrac{-6}{5})=(r,s)$

$l+m+r+s=2+0-\dfrac{12}{5}-\dfrac{6}{5}=\dfrac{-8}{5}$，故選(B)

25. $\overrightarrow{AB}=(2,0)$ 、$\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{3},1)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cdot\cos(\angle CAB)$

$\Rightarrow 2\times(-\sqrt{3})+0\times 1=\sqrt{2^2+0^2}\times\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}\times\cos(\angle CAB)$

得 $\cos(\angle CAB)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\therefore\angle CAB=150°$

$\therefore\tan(\angle CAB)=\tan 150°=\dfrac{-\sqrt{3}}{3}$，故選(D)