111 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷　　111-2-A

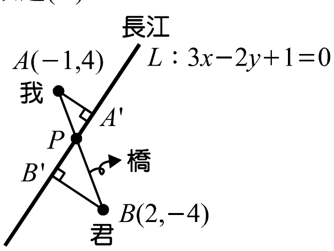
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	A	A	C	B	D	B	A	D	C	C	D	B	A	B	C	B	A	D	C	B	C	D

1. $\because M(\frac{-1+3}{2},\frac{7+1}{2})=(1,4)$
且 $G(\frac{-1+3+10}{3},\frac{7+1+(-5)}{3})=(4,1)$
$\therefore \overline{MG}=\sqrt{(4-1)^2+(1-4)^2}=3\sqrt{2}$，故選(A)

2. $\because |2x-5|\le 9 \Rightarrow -9\le 2x-5\le 9 \Rightarrow -4\le 2x\le 14$
$\Rightarrow -2\le x\le 7$，得 $a=-2$ 、 $b=7$
故 $2a+b=2\times(-2)+7=3$，選(C)

3. $\because$最高點坐標為(1 , 7)且 x^2 項係數為 -1
可得二次函數為 $y=-(x-1)^2+7=-x^2+2x+6$
即 $m=2$ 、 $n=6$
$\therefore n-2m=6-2\times 2=2$
故選(D)

4. 自 A 、 B 兩點向 L 作兩垂直線分別交 L 於 A' 與 B'
$\because \Delta APA' \sim \Delta BPB'$
$\therefore \overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AA'}:\overline{BB'}=d(A,L):d(B,L)$
$=\frac{|-3-8+1|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}:\frac{|6+8+1|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=10:15=2:3$
故選(A)



5. $\because L\perp Q$
$\therefore m_L\times m_Q=-1$ 且 $m_L=-\frac{2}{-3}=\frac{2}{3}\Rightarrow m_Q=\frac{-3}{2}$
又 $\because m_Q=m_{\overline{AB}}\Rightarrow \frac{-3}{2}=\frac{k-(-1)}{4-2}\Rightarrow \frac{-3}{2}=\frac{k+1}{2}\Rightarrow k=-4$
故選(A)

6. 由題意知 L 通過點(6 , 0)
則由點斜式知 L 的方程式為 $y-0=\frac{-1}{4}(x-6)$
$\Rightarrow x+4y-6=0$，故選(C)

7. 令 $x=1$ 代入原式
得 $(3-2)\cdot(7-9+4-1)=a+b+c+d+e$
$\therefore a+b+c+d+e=1\times 1=1$，故選(B)

8. 利用除法原理可令 $f(x)=(x^2-5x+6)Q_1(x)+7-x$
$g(x)=(2x^2-3x-2)Q_2(x)+2x+5$
以上 $Q_1(x)$ 、 $Q_2(x)$ 分別為其商式
得 $f(2)=5$ 、 $g(2)=9$
則以 $x-2$ 除 $[(x+2)\cdot f(x)-g(x)]$ 之餘式為
$(2+2)\cdot f(2)-g(2)=4\times 5-9=11$，故選(D)

9. $\because 16x^4-1=(4x^2)^2-1^2=(4x^2+1)(4x^2-1)$
$=(4x^2+1)\cdot[(2x)^2-1^2]=(4x^2+1)(2x+1)(2x-1)$
又 $8x^3+1=(2x)^3+1^3=(2x+1)\cdot[(2x)^2-2x\cdot 1+1^2]$
$=(2x+1)(4x^2-2x+1)$
$\therefore$桌上只有 $\boxed{2x+1}$ 及 $\boxed{2x-1}$ 兩張卡片符合
故選(B)

10. 原式 $=(\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\sqrt{3})^2-(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2=\frac{3}{4}+3-\frac{3}{4}=3$
故選(A)

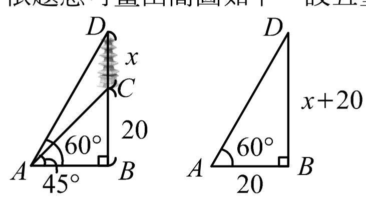
11. 由表格知冰桔茶的蜂蜜：檸檬汁：柳橙汁的比例為 20：10：75(單位毫升)，目前已有的材料為蜂蜜 8 公升
$\therefore$檸檬汁需要 $8\times\frac{10}{20}=4$ 公升、柳橙汁需要 $8\times\frac{75}{20}=30$ 公升，故選(D)

12. $\because \theta=8888^\circ=24\times 360^\circ+248^\circ$
$\therefore \theta$ 的最小正同界角 248°為第三象限，故選(C)

13. $\because \theta$ 為銳角
$\therefore$原式 $\Rightarrow \frac{-\sin\theta}{-\sin\theta}+\frac{-\tan\theta}{-\tan\theta}+\frac{\cos\theta}{-\cos\theta}=1+1+(-1)=1$
故選(C)

14. $f(\theta)=2\sin^2\theta+3\cos\theta+4=2(1-\cos^2\theta)+3\cos\theta+4$
$=-2\cos^2\theta+3\cos\theta+6$
令 $\cos\theta=t$，則 $-1\le t\le 1$，且 $f(t)=-2t^2+3t+6$
$=-2[t^2-\frac{3}{2}t+(\frac{3}{4})^2]+2\times(\frac{3}{4})^2+6$
$=-2(t-\frac{3}{4})^2+\frac{57}{8}\le\frac{57}{8}$ 得最大值 $M=\frac{57}{8}$
又 $f(-1)=1$ 、 $f(1)=8$ 得最小值 $m=1$
$\Rightarrow M+3m=\frac{57}{8}+3=\frac{81}{8}$，故選(D)

15. 依題意可畫出簡圖如下，設五重塔高度為 x 公尺



$\because \angle CAB=\angle ACB=45^\circ$
$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=20$，則 $\overline{BD}=x+20$
$\because \Delta ABD$ 為 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 三角形

$\therefore \overline{AB}：\overline{BD}=1：\sqrt{3}$

即 $20：(x+20)=1：\sqrt{3}$

$\Rightarrow x+20=20\sqrt{3} \Rightarrow x=20\sqrt{3}-20$

$\fallingdotseq 20\times1.732-20=14.64$ 公尺，故選(B)

16. ∵圓心為 $\overline{AB}$ 中點 M

$\Rightarrow M：(\frac{-1+1}{2},\frac{4+2}{2})=(0,3)$

且半徑 $r=\overline{AM}=\sqrt{(-1-0)^2+(4-3)^2}=\sqrt{2}$

∴圓方程式為

$(x-0)^2+(y-3)^2=\sqrt{2}^2 \Rightarrow x^2+(y-3)^2=2$

故選(A)

17. 半徑 $r=\frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2+3^2-4k}=\frac{1}{2}\sqrt{25-4k}=2$

$\therefore \sqrt{25-4k}=4 \Rightarrow 25-4k=16 \Rightarrow k=\frac{9}{4}$，故選(B)

18. 切線段長 $=\sqrt{(3+2)^2+(-4-3)^2-38}=\sqrt{25+49-38}$

$=\sqrt{36}=6$，故選(C)

19. 由題意知中心在 A 點時，颱風之方程式為

$(x-5)^2+(y+4)^2=10^2 \Rightarrow (x-5)^2+(y+4)^2=100$

∵宜蘭(3 , 13)代入得 $(3-5)^2+(13+4)^2-100=193>0$ 在圓外

臺中 $(-3,7)$ 代入得 $(-3-5)^2+(7+4)^2-100=85>0$ 在圓外

高雄(1 , 2)代入得 $(1-5)^2+(2+4)^2-100=-48<0$ 在圓內

屏東 $(2,-6)$ 代入得 $(2-5)^2+(-6+4)^2-100=-87<0$ 在圓內

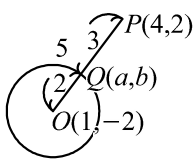
∴有高雄、屏東兩地在暴風圈內，故選(B)

20. 圓心 $O(1,-2)$、半徑 $r=2$

$\Rightarrow \overline{OP}=\sqrt{(4-1)^2+[2-(-2)]^2}=5$

如右圖知 Q 為 $\overline{OP}$ 與圓之交點

且 Q 為 $\overline{OP}$ 之內分點



$\because \overline{OQ}：\overline{QP}=2：3$

$\Rightarrow Q(a,b)=(\frac{2\times4+3\times1}{2+3},\frac{2\times2+3\times(-2)}{2+3})=(\frac{11}{5},\frac{-2}{5})$

故 $a-2b=\frac{11}{5}-2\times(\frac{-2}{5})=3$，選(A)

21. 由題意知 $a_2=7$、$a_8=21$

$\because a_8=a_2+(8-2)d \quad \therefore 21=7+6d \Rightarrow d=\frac{7}{3}$

又 $a_{23}=a_8+(23-8)d$

$\therefore a_{23}=21+15\times\frac{7}{3}=21+35=56$，故選(D)

22. ∵ S_n 有最大值

∴ S_n 的最後一項 a_n 必須大於或等於 0

$\Rightarrow a_n=a_1+(n-1)d=51+(n-1)\times(\frac{-2}{3})\geq0 \Rightarrow n\leq77.5$

故 $n=77$ 時 S_n 有最大值，選(C)

23. $\because a_5=a_2\times r^{5-2} \quad \therefore 6=3\times r^3 \Rightarrow r^3=2$

又 $a_{11}=a_5\times r^{11-5}=6\times r^6=6\times(r^3)^2=6\times2^2=24$

故選(B)

24. ∵此級數為首項 $a_1=1$、公比 $r=6$ 共有 $n+1$ 項的等比級數

$\Rightarrow S_{n+1}=\frac{1\cdot(6^{n+1}-1)}{6-1}=9331 \Rightarrow 6^{n+1}-1=46655$

$\Rightarrow 6^{n+1}=46656=6^6$

$\therefore n+1=6 \Rightarrow n=5$，故選(C)

25. 第 6 項到第 11 項之和=(前 11 項之和)−(前 5 項之和)

$=S_{11}-S_5=(3\times11^2-7\times11+4)-(3\times5^2-7\times5+4)$

$=3\times(11^2-5^2)-7\times(11-5)+(4-4)$

$=3\times(11+5)\times(11-5)-7\times6+0=3\times16\times6-42$

$=288-42=246$，故選(D)