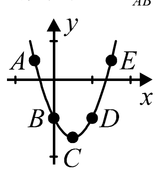
111 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

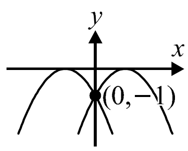
數學(B)卷 111-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	B	B	C	A	C	B	B	D	D	D	A	C	A	C	B	A	D	C	A	A	D	C	B

1. 令 D 點坐標 $(x\,,y)$　$\because ABCD$ 為一平行四邊形
$\therefore \overline{AC}$ 中點 $=\overline{BD}$ 中點(平行四邊形兩對角線互相平分)
$\dfrac{4+(-2)}{2}=\dfrac{5+x}{2}$；$\dfrac{7+(-1)}{2}=\dfrac{0+y}{2}$，得 $x=-3$、$y=6$
即 D 點坐標為 $(-3\,,6)$，故選(C)

2. $y=2x^2-2x-1=2(x^2-x+\frac{1}{4})-1-\frac{2}{4}=2(x-\frac{1}{2})^2-\frac{3}{2}$
拋物線開口向上，頂點坐標為 $(\frac{1}{2}\,,-\frac{3}{2})$
由圖可知 $m_{AB}<m_{BC}<m_{CD}<m_{DE}$，故選(D)



3.


(A) $\because$ 通過 $(0\,,-1)$ 且與 x 軸相切的二次函數圖形如上，其開口必向下　$\therefore a<0$
(B) 頂點 x 坐標為 $-\dfrac{b}{2a}$，如圖，並不能確定 b 為正或負
(C) 將點 $(0\,,-1)$ 代入二次函數得：$c=-1$
(D) 圖形與 x 軸相切　$\therefore b^2-4ac=0$
故選(B)

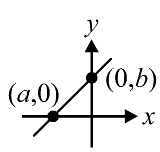
4. $x+5y-8=0$

x	0	8
y	$\frac{8}{5}$	0

(A)(B) x 截距為 8，y 截距為 $\dfrac{8}{5}$
(C) 將點(3 , 1)代入方程式得：$3+5\times1-8=0$
∴(3 , 1)在直線上
(D) 斜率 $m=-\dfrac{1}{5}$
故選(B)

5. $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

x	0	a
y	b	0



∵不經過第四象限
∴由圖可知 $a<0$、$b>0$，得 $ab<0$、$a-b<0$
即點 $(ab\,,a-b)\Rightarrow(-\,,-)$ 落在第三象限，故選(C)

6. $\begin{cases}2x-y+1=0\cdots\cdots①\\x-2y-1=0\cdots\cdots②\end{cases}$
由① + ②得 $x-y=0\cdots\cdots③$
由① − ③得 $x=-1$，由② − ③得 $y=-1$
$\therefore L_1$、L_2 相交於點 $(-1\,,-1)$，依題意知 L 為過(1 , 1)、$(-1\,,-1)$ 兩點的直線，$m_L=\dfrac{1-(-1)}{1-(-1)}=1$，利用點斜式
得 L：$y-1=1\times(x-1)$，即 $x-y=0$，故選(A)

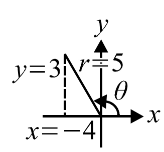
7. 利用十字交乘法知
$\begin{matrix}1 & -1\\1 & 12\end{matrix}$ $\;12-1=11$；$\begin{matrix}1 & 1\\1 & -12\end{matrix}$ $\;-12+1=-11$；$\begin{matrix}1 & -3\\1 & 4\end{matrix}$ $\;4-3=1$；$\begin{matrix}1 & 3\\1 & -4\end{matrix}$ $\;-4+3=-1$；$\begin{matrix}1 & 2\\1 & -6\end{matrix}$ $\;-6+2=-4$；$\begin{matrix}1 & -2\\1 & 6\end{matrix}$ $\;6-2=4$
m 共有 6 個可能，故選(C)

8. $k=123456^2-23456^2$
$=(123456+23456)(123456-23456)$
$=146912\times100000=14691200000$
$\therefore k$ 為 11 位數，故選(B)

9. $\dfrac{2}{1-x^2}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}=\dfrac{2(1+x^2)+2(1-x^2)}{(1-x^2)(1+x^2)}+\dfrac{4}{1+x^4}$
$=\dfrac{4}{1-x^4}+\dfrac{4}{1+x^4}=\dfrac{4(1+x^4)+4(1-x^4)}{(1-x^4)(1+x^4)}=\dfrac{8}{1-x^8}$，故選(B)

10. 設 6 點 x 分時，時針與分針成 110°，由時針與分針在 60 分鐘分別可走 30°與 360°可知，此時時針位在 $180°+30°\times\dfrac{x}{60}$、分針位在 $360°\times\dfrac{x}{60}$，依題意
(1) 出門時 $(180°+30°\times\frac{x}{60})-(360°\times\frac{x}{60})=110°$
$\Rightarrow180+0.5x-6x=110\Rightarrow\dfrac{11x}{2}=70\Rightarrow x=\dfrac{140}{11}$
(2) 回家時 $(360°\times\frac{x}{60})-(180°+30°\times\frac{x}{60})=110°$
$\Rightarrow6x-180-0.5x=110\Rightarrow\dfrac{11x}{2}=290\Rightarrow x=\dfrac{580}{11}$
$\dfrac{580}{11}-\dfrac{140}{11}=\dfrac{440}{11}=40$，媽媽外出時間共 40 分鐘
故選(D)

11. $\because\theta\in II$，$\sin\theta=\dfrac{3}{5}$
$\therefore$ 令 $r=5$、$y=3$，得 $x=-4$



(A) $\cos\theta=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-4}{5}$
(B) $\tan\theta=\dfrac{y}{x}=\dfrac{3}{-4}$

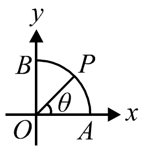
(C) $\tan(\pi-\theta)=-\tan\theta=-(\frac{3}{-4})=\frac{3}{4}$

(D) $\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta)=-\sin\theta=\frac{-3}{5}$

故選(D)

12. 依題意知 $r=1$，$\cos\theta=\frac{x}{r}=x$ 、 $\sin\theta=\frac{y}{r}=y$

$\therefore$ P 點坐標爲 $(\cos\theta,\sin\theta)$，故選(D)

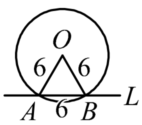


13. $f(x)=\sin^2 x-\sin x+3=(\sin^2 x-\sin x+\frac{1}{4})+3-\frac{1}{4}$

$=(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{11}{4}$

$\therefore$當 $\sin x=\frac{1}{2}$ 時，$f(x)$ 有最小值 $\frac{11}{4}$，故選(A)

14.



如上圖所示，ΔAOB 爲正三角形，即 $\angle AOB=60°$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos60°=6\times6\times\frac{1}{2}=18$，故選(C)

15. $\overrightarrow{BC}=(x+5,y-3)$，$\overrightarrow{AC}=(x-0,y-2)$

$\because 3\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}$　$\therefore\begin{cases}3(x+5)=2x\\3(y-3)=2(y-2)\end{cases}$

得 $x=-15$ 、 $y=5$，即 $C(-15,5)$，故選(A)

16. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\Rightarrow-10=4\times5\cos\theta$

$\Rightarrow\cos\theta=-\frac{1}{2}\Rightarrow\theta=120°$，故選(C)

17. $2x^2+2y^2-10x+6y-15=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-5x+3y-\frac{15}{2}=0$

$\Rightarrow(x^2-5x+\frac{25}{4})+(y^2+3y+\frac{9}{4})=\frac{15}{2}+\frac{25}{4}+\frac{9}{4}$

$\Rightarrow(x-\frac{5}{2})^2+(y+\frac{3}{2})^2=16$　$\therefore$圓心 $(\frac{5}{2},-\frac{3}{2})$，半徑 4

$\Rightarrow a+b+c=\frac{5}{2}+(-\frac{3}{2})+4=5$，故選(B)

18. $\overline{PQ}$ 中點 $O(\frac{2+(-2)}{2},\frac{-1+1}{2})=O(0,0)$

$\overline{OP}=\sqrt{(0-2)^2+(0+1)^2}=\sqrt{5}$

所求爲以 $\overline{PQ}$ 中點 O 爲圓心，$\overline{OP}$ 爲半徑的圓

圓的標準式爲 $(x-0)^2+(y-0)^2=(\sqrt{5})^2$

即 $x^2+y^2-5=0$

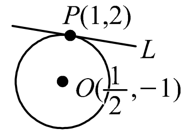
$\therefore d+e+f=0+0+(-5)=-5$，故選(A)

19. $\because 1^2+2^2-1+2\times2-8=0$

$\therefore$點 $P(1,2)$ 在圓上，又 $x^2+y^2-x+2y-8=0$

$\Rightarrow(x-\frac{1}{2})^2+(y+1)^2=8+\frac{1}{4}+1$

$\therefore$圓心 $O(\frac{1}{2},-1)$，如下圖所示



$m_{\overline{OP}}=\frac{2-(-1)}{1-\frac{1}{2}}=6$、因 $\overline{OP}\perp L$，得 L 的斜率爲 $-\frac{1}{6}$，

且過 $P(1,2)$ 的直線

由點斜式得 L：$y-2=-\frac{1}{6}(x-1)$，即 $x+6y-13=0$

故選(D)

20. 利用餘式定理知

(1) $5f(x)$ 除以 $x+3$ 的餘式爲 $5f(-3)$

(2) $f(-3)$ 爲 $f(x)$ 除以 $x+3$ 的餘式

即 $f(-3)=5$，得 $5f(-3)=5\times5=25$，故選(C)

$$\begin{array}{l|l}2+56+152+11 & -3\\ \underline{\ \ -\ 6-150-\ 6} & \\ 2+50+\ \ 2,+5 & \end{array}$$

21. 利用根與係數關係，知 $\begin{cases}\alpha+\beta=-3\\\alpha\beta=1\end{cases}$

$\because\alpha+\beta=-3$，兩邊平方得 $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=9$，將 $\alpha\beta=1$ 代入得 $\alpha^2+\beta^2=7$，又 $\alpha\beta=1$ 得 $\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=1$

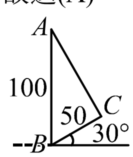
$\therefore$以 α^2 、 β^2 爲解的二次方程式爲 $x^2-(\alpha^2+\beta^2)x+\alpha^2\beta^2=0$ 即 $x^2-7x+1=0$，故選(A)

22. 利用正弦定理知 $\frac{\overline{BC}}{\sin30°}=2R$ 、 $\frac{\overline{BD}}{\sin45°}=2R$

$\Rightarrow\frac{\overline{BC}}{\sin30°}=\frac{\overline{BD}}{\sin45°}\Rightarrow\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}=\frac{\sin45°}{\sin30°}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$

故選(A)

23.



依題意知 $\angle ABC=90°-30°=60°$

在 ΔABC 中，利用餘弦定理

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\cos60°$

$=100^2+50^2-2\times100\times50\times\frac{1}{2}=7500$

$\Rightarrow\overline{AC}=\sqrt{7500}=50\sqrt{3}$，故選(D)

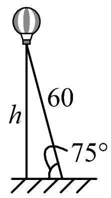
[另解]

由 ΔABC 中，$\angle B=90°-30°=60°$，$\overline{AB}$：$\overline{BC}=2$：1

$\therefore\Delta ABC$ 爲 $30°-60°-90°$ 的三角形，其中 $\angle C=90°$

可知 $\overline{AC}=\sqrt{3}\times\overline{BC}=50\sqrt{3}$

24.



$\dfrac{h}{60}=\sin 75^\circ=\cos 15^\circ=0.966 \Rightarrow h=60\times 0.966 \fallingdotseq 58$

故選(C)

25. $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}=\dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{6} \Rightarrow \dfrac{x+3-x}{x(x+3)}=\dfrac{1}{6} \Rightarrow \dfrac{3}{x(x+3)}=\dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow x(x+3)=18 \Rightarrow x^2+3x-18=0 \Rightarrow (x-3)(x+6)=0$

$\Rightarrow x=3$ 或 $x=-6 \Rightarrow \alpha+\beta=-3$，故選(B)