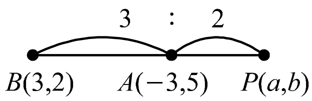
111 學年度四技二專第三次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷 111-3-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	A	A	C	B	D	C	C	C	B	C	B	B	A	A	A	D	D	B	C	A	D	C

1. 設 P 點坐標為 $P(a,b)$



$\because 5\overline{AP}=2\overline{PB}$

$\therefore \overline{AP}:\overline{PB}=2:5$

$\Rightarrow \overline{AB}:\overline{AP}=3:2$

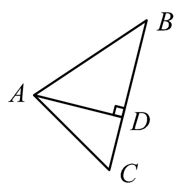
由分點公式知：$(\frac{3a+2\times3}{3+2},\frac{3b+2\times2}{3+2})=(-3,5)$

$\begin{cases}\frac{3a+6}{5}=-3\\ \frac{3b+4}{5}=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-7\\ b=7\end{cases}$

$\therefore P(-7,7)$，故選(D)

2. $\because m_{\overline{BC}}=\frac{5-1}{2-1}=4$　$\therefore m_{\overline{AD}}=-\frac{1}{4}$

得 $\overline{BC}$ 邊上的高所在之直線為過點 A 且斜率為 $-\frac{1}{4}$ 的直線



利用點斜式 $(y-3)=-\frac{1}{4}(x+1)$

$\Rightarrow x+4y-11=0$

可知 $a=4$，$b=-11$

$\therefore a-b=4-(-11)=15$，故選(D)

3. 由餘式定理知

$f(-2)=f(x)$ 除以 $x+2$ 之餘式

$$\begin{array}{rrrrr|r}431 & +835 & -72 & -61 & -15 & -2\\ & -862 & +54 & +36 & +50 & \\ \hline 431 & -27 & -18 & -25 & +35 & \end{array}$$

$\therefore f(-2)=35$，故選(B)

4. $\sin930^\circ=\sin210^\circ=-\sin30^\circ=-\frac{1}{2}$

$\tan(-945^\circ)=\tan(-945^\circ+360^\circ\times3)=\tan135^\circ$

$=-\tan45^\circ=-1$

$\cos180^\circ=-1$

$\therefore$原式 $=-\frac{1}{2}+(-1)-(-1)=-\frac{1}{2}$，故選(A)

5. $x^2+y^2-4x+2y+a=0$

$\Rightarrow (x-2)^2+(y+1)^2=-a+5$

$\therefore$圓心 $(2,-1)$，半徑 $=\sqrt{-a+5}$

(1) 將 $(2,-1)$ 代入 $y=bx+3$

$\therefore -1=2b+3\Rightarrow b=-2$

(2) $\sqrt{-a+5}=3\Rightarrow -a+5=9\Rightarrow a=-4$

$\therefore a+b=-4+(-2)=-6$，故選(A)

6. $\frac{a_1(3^{15}-1)}{3-1}=390\Rightarrow a_1(3^{15}-1)=780$

而 $a_1+a_4+a_7+a_{10}+a_{13}$ 為公比 $=3^3=27$，共有 5 項的級數

$\therefore a_1+a_4+a_7+a_{10}+a_{13}$

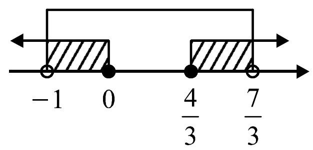
$=\frac{a_1(27^5-1)}{27-1}=\frac{a_1(3^{15}-1)}{27-1}=\frac{780}{26}=30$

故選(C)

7. $2\le|3x-2|<5\Rightarrow\begin{cases}|3x-2|\ge2\\ |3x-2|<5\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}3x-2\ge2\text{或}3x-2\le-2\\ -5<3x-2<5\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x\ge\frac{4}{3}\text{或}x\le0\\ -1<x<\frac{7}{3}\end{cases}$



$\therefore -1<x\le0$ 或 $\frac{4}{3}\le x<\frac{7}{3}$ ($\because x$ 為整數)

$\Rightarrow x=0$ 或 2，故選(B)

8. 設有 x 個箱子

$18(x-1)<14x+36<18x$

$\Rightarrow\begin{cases}18(x-1)<14x+36\\ 14x+36<18x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<\frac{27}{2}\\ x>9\end{cases}$

$\therefore 9<x<\frac{27}{2}\Rightarrow x=10,11,12,13$

可知蘋果最多有 $14\times13+36=218$ 個，故選(D)

9. $\sqrt[3]{128}\times(\frac{1}{32})^{\frac{1}{2}}\div\sqrt{\sqrt[3]{32}}=\sqrt[3]{2^7}\times(2^{-5})^{\frac{1}{2}}\div\sqrt[6]{2^5}$

$=2^{\frac{7}{3}}\times2^{-\frac{5}{2}}\div2^{\frac{5}{6}}=2^{\frac{7}{3}-\frac{5}{2}-\frac{5}{6}}=2^{-1}=\frac{1}{2}$，故選(C)

10. $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{9}=\log_{\frac{1}{3}}(\frac{1}{3})^2=2$，$\log_{\frac{1}{9}}\frac{1}{3}=\log_{(\frac{1}{3})^2}\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

$\log_7 1=0$，$\log_2\sqrt{2}=\frac{1}{2}$

$\therefore$原式 $=2+\frac{1}{2}+0+\frac{1}{2}=3$，故選(C)

11. 由圖可知

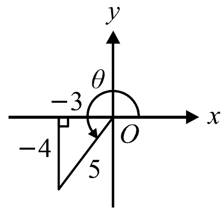
	球	直桿
圖①	2^2	1×4
圖②	3^2	$2\times(4+2\times1)$
圖③	4^2	$3\times(4+2\times2)$

$\therefore$ 圖⑧需要 $9^2=81$ 個球以及 $8\times(4+2\times7)=144$ 根直桿 $\Rightarrow a+b=81+144=225$，故選(C)

12. $\because \tan\theta>0$ 且 $\cos\theta<0$

$\therefore \theta$ 是第三象限角

$\Rightarrow \sin\theta=\dfrac{-4}{5}$ 且 $\cos\theta=\dfrac{-3}{5}$



可得 $\dfrac{\frac{-4}{5}}{1-(\frac{-3}{5})}+\dfrac{\frac{-3}{5}}{1-(\frac{-4}{5})}=\dfrac{-5}{6}$

故選(B)

13. $\log_{44}66=\dfrac{\log_2 66}{\log_2 44}=\dfrac{\log_2(2\times3\times11)}{\log_2(2^2\times11)}$

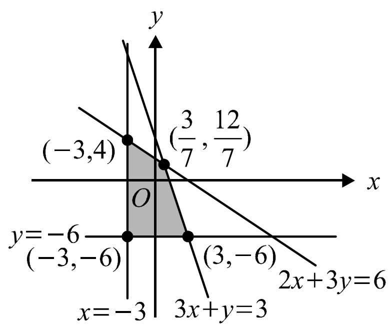
$=\dfrac{\log_2 2+\log_2 3+\log_2 11}{\log_2 2^2+\log_2 11}=\dfrac{1+x+xy}{2+xy}$

(其中，$\log_3 11=y \Rightarrow \dfrac{\log_2 11}{\log_2 3}=y \Rightarrow \dfrac{\log_2 11}{x}=y$

$\therefore \log_2 11=xy$)

故選(C)

14. 滿足 $\begin{cases} x\ge -3 \\ y\ge -6 \\ 3x+y\le 3 \\ 2x+3y\le 6 \end{cases}$ 之圖形如下



四邊形之四個頂點爲 $(-3,-6)$ 、$(-3,4)$ 、$(3,-6)$ 、$(\frac{3}{7},\frac{12}{7})$

由下表可知：$2x+y$ 之最大值 $=\dfrac{18}{7}$ ，故選(B)

(x,y)	$(-3,-6)$	$(-3,4)$	$(3,-6)$	$(\frac{3}{7},\frac{12}{7})$
$2x+y$	-12	-2	0	$\frac{18}{7}$

15. 設當選之最低票數爲 x

$\therefore 60-3x<x \Rightarrow 4x>60 \Rightarrow x>15$

$\therefore$ 至少 16 票就能保證當選，故選(B)

16. $\log 0.34567=\log(3.4567\times10^{-1})=-1+\log 3.4567$

$\therefore \log x$ 之尾數 $=\log 3.4567$

而 $\log 98765=\log(9.8765\times10^4)=4+\log 9.8765$

$\therefore \log x$ 之首數 $=4$

由上可知：$\log x=4+\log 3.4567$

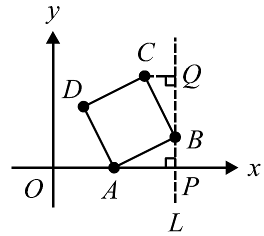
$=\log(3.4567\times10^4)=\log 34567$

$\therefore x=34567$ ，故選(A)

17. 過 B 點作鉛直線 L

在 L 上取 P 、Q 兩點

使得 $\overline{CQ}\perp L$ 且 $\overline{AP}\perp L$



$\because m_{\overline{AB}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \dfrac{\overline{BP}}{\overline{AP}}=\dfrac{1}{2}$

令 $\overline{AP}=2a$ ，$\overline{BP}=a$

又 $\because \Delta ABP\cong\Delta BCQ$

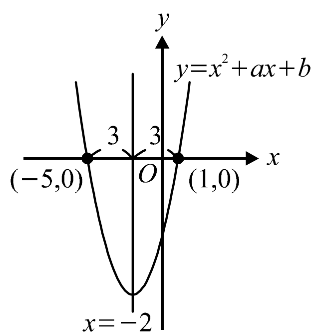
$\therefore \overline{BQ}=\overline{AP}=2a$ 且 $\overline{CQ}=\overline{BP}=a$

可知：$m_{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{PQ}}{\overline{AP}-\overline{CQ}}=\dfrac{2a+a}{2a-a}=3$ ，故選(A)

18. $\because$ 對稱軸爲 $x=-2$，且兩交點之距離爲 6

$\therefore$ 此二次函數與 x 軸之交點爲 $(1,0)$ 、$(-5,0)$

又由題意知此函數爲 $y=x^2+ax+b$，可得此二次函數爲 $y=(x-1)(x+5)$



將 4 個點分別代入上式

(A) $(-3-1)(-3+5)=-8$

(B) $(-2-1)(-2+5)=-9\ne-1$

(C) $(2-1)(2+5)=7\ne1$

(D) $(5-1)(5+5)=40\ne8$

可知圖形會通過 $(-3,-8)$ ，故選(A)

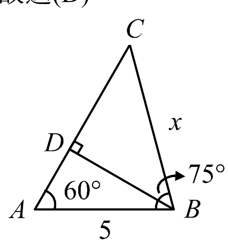
19. 做 $\overline{BD}\perp\overline{AC}$

ΔABD 爲 60°-30°-90°三角形，可知 $\overline{BD}=\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$

而 ΔBCD 爲 45°-45°-90°三角形

$\overline{BC}=\sqrt{2}\,\overline{BD}=\sqrt{2}\times\dfrac{5}{2}\sqrt{3}=\dfrac{5}{2}\sqrt{6}$

故選(D)



20. $\because x\cdot f(x)$ 除以 $x-2$ 之餘式爲 6

$\therefore 2\cdot f(2)=6\Rightarrow f(2)=3$

又 $\because x\cdot f(x)$ 除以 $x+1$ 之餘式爲 3

$\therefore -1\cdot f(-1)=3\Rightarrow f(-1)=-3$

令 $f(x)=(x+1)(x-2)q(x)+ax+b$

$\because f(2)=3 \quad \therefore 2a+b=3$

$\because f(-1)=-3 \quad \therefore -a+b=-3$

可知：$a=2$ 且 $b=-1$

$\therefore$餘式 $=2x-1$，故選(D)

21. $\because (a\,,b)$ 在 $y=10^x$ 之圖形上

$\therefore 10^a=b$

(A) $10^{10a}=(10^a)^{10}=b^{10}\neq 10b \quad \therefore$不在圖形上

(B) $10^{a+1}=10^a\times 10=10b \quad \therefore$在圖形上

(C) $10^{a+1}=10^a\times 10=10b\neq b+10 \quad \therefore$不在圖形上

(D) $10^{2a}=(10^a)^2=b^2\neq 100b \quad \therefore$不在圖形上

$\therefore (a+1\,,10b)$ 在 $y=10^x$ 圖形上，故選(B)

22. $P(1-10^{-0.1t})>\dfrac{70}{100}P$

$\Rightarrow 1-10^{-0.1t}>\dfrac{70}{100}\Rightarrow 10^{-0.1t}<\dfrac{3}{10}$

雙邊取log

$\Rightarrow \quad \log 10^{-0.1t}<\log\dfrac{3}{10}$

$\Rightarrow -0.1t\log 10<\log 3-\log 10\Rightarrow -0.1t<\log 3-1$

$\Rightarrow t>5.229$

$\therefore$取最小 $t=6$，故選(C)

23. $\because -3<x<2$

$\therefore (x+3)(x-2)<0$

$\Rightarrow x^2+x-6<0$

$\Rightarrow -x^2-x+6>0$

此與 $ax^2+bx+c>0$ 同義

$\therefore$取 $a=-1$，$b=-1$，$c=6$

由此可知：$2ax^2+3bx+c<0$

$\Rightarrow -2x^2-3x+6<0$

$\Rightarrow 2x^2+3x-6>0$

令 $2x^2+3x-6=0\Rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{57}}{4}$

$\therefore$上述不等式之解為 $x>\dfrac{-3+\sqrt{57}}{4}$ 或 $x<\dfrac{-3-\sqrt{57}}{4}$

$\Rightarrow P=\dfrac{-3+\sqrt{57}}{4}$ 且 $Q=\dfrac{-3-\sqrt{57}}{4}$

$\therefore P+Q=\dfrac{-3}{2}$，故選(A)

24. 灰色區域的聯立不等式組如下

$\because \begin{cases}\text{(1) 灰色區域在 } L_1 \text{ 右側}\\ \text{(2) 灰色區域在 } L_2 \text{ 左側}\\ \text{(3) 灰色區域在 } L_3 \text{ 左側}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y\le 3x\\ 4x-3y\le 12\\ 2x+3y\le 6\end{cases}$

$\because P(k\,,-1)$ 在灰色區域

$\therefore \begin{cases}(1)\ -1\le 3k\Rightarrow k\ge\dfrac{-1}{3}\\ (2)\ 4k-3\times(-1)\le 12\Rightarrow k\le\dfrac{9}{4}\\ (3)\ 2k+3\times(-1)\le 6\Rightarrow k\le\dfrac{9}{2}\end{cases}$

$\therefore -\dfrac{1}{3}\le k\le\dfrac{9}{4}$

可知 $a=-\dfrac{1}{3}$ 且 $b=\dfrac{9}{4}\Rightarrow 3a+4b=8$，故選(D)

25. 令 C 為圓心且 $\overline{OC}=x$

則半徑為 $x+20$

得 $\overline{CA}=x+20$

在 ΔCOA 中，$\angle COA=90^\circ$

$\therefore \overline{OC}^2+\overline{OA}^2=\overline{CA}^2$

即 $x^2+40^2=(x+20)^2\Rightarrow x=30$

在 $\overline{CP}$ 上取一點 D 使得 $\overline{DP_6}\perp\overline{CP}$

而 ΔCDP_6 中，$\overline{CP_6}$ 為半徑

$\overline{CP_6}=20+30=50$ 且 $\overline{DP_6}=\overline{OA_6}=30$

$\therefore \overline{CD}=\sqrt{50^2-30^2}=40$

$\Rightarrow \overline{OD}=40-30=10$

$\Rightarrow \overline{A_6P_6}=\overline{OD}=10$，故選(C)