

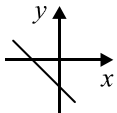
111 學年度四技二專第四次聯合模擬考試 共同科目 數學(A)卷 詳解

數學(A)卷

111-4-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	C	D	B	B	C	A	A	B	B	C	D	C	C	D	A	D	D	A	A	C	B	C	B

1. 依題意，函數圖形經過二、三、四象限



知 $y = (m^2 - m - 6)x - 2$ 之斜率必為負值

$$\therefore m^2 - m - 6 < 0 \Rightarrow (m+2)(m-3) < 0 \Rightarrow -2 < m < 3$$

得 $a+b = -2+3=1$ ，故選(D)

2. 根據圖形所提供訊息知其關係式為經過 $(0, 30)$ 、 $(2, 0)$

兩點的直線方程式，又 $m = \frac{0-30}{2-0} = -15$ ，利用點斜式

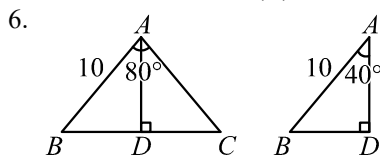
得 $y - 30 = -15x$ ，即 $15x + y - 30 = 0$ ，故選(A)

3. 假設小明答對 x 題，則答錯 $22-x$ 題，依題意得 $4x - (22-x) = 73$ ， $5x = 95$ ， $x = 19$ ，故選(C)

$$\begin{array}{r}
 3x+2 \\
 x^2+x+1 \overline{) 3x^3+5x^2+ax+b} \\
 \underline{3x^3+3x^2+3x} \\
 2x^2+(a-3)x+b \\
 \underline{2x^2+2x+2} \\
 (a-5)x+(b-2)
 \end{array}$$

\therefore 整除 $\therefore a-5=0$ 、 $b-2=0$ ，即 $a=5$ 、 $b=2$ ，得 $a+b=7$ ，故選(D)

5. $a = \sin 46^\circ$ ， $b = \cos 46^\circ = \sin 44^\circ$
 $c = \tan 46^\circ > \tan 45^\circ = 1$ ，又 $1 > \sin 46^\circ > \sin 44^\circ$
 $\therefore c > a > b$ ，故選(B)



利用三角函數知 $\frac{BD}{AB} = \sin 40^\circ$

$$\overline{BD} = \overline{AB} \sin 40^\circ = 10 \sin 40^\circ$$

$$\overline{BC} = 2\overline{BD} = 20 \sin 40^\circ$$
，故選(B)

7. (A) 將 $x = -\frac{\pi}{2}$ 代入得 $y = \sin(-\pi) + 1 = 0 + 1 = 1$

$\therefore (-\frac{\pi}{2}, 1)$ 在圖形上

(B) 將 $x = \frac{\pi}{12}$ 代入得 $y = \sin \frac{\pi}{6} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

$\therefore (\frac{\pi}{12}, \frac{3}{2})$ 在圖形上

(C) 將 $x = \pi$ 代入得 $y = \sin 2\pi + 1 = 0 + 1 = 1$

$\therefore (\pi, 2)$ 不在圖形上

(D) 將 $x = \frac{\pi}{4}$ 代入得 $y = \sin \frac{\pi}{2} + 1 = 1 + 1 = 2$

$\therefore (\frac{\pi}{4}, 2)$ 在圖形上

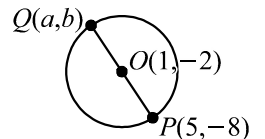
故選(C)

8. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 47 = 0$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 47 + 1 + 4$$

圓心 $O(1, -2)$ ，半徑 $r = \sqrt{52}$

$\therefore O$ 為 \overline{PQ} 中點



$$\therefore \text{利用中點公式} \begin{cases} 1 = \frac{5+a}{2} \\ -2 = \frac{b+(-8)}{2} \end{cases} \text{得} \begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$\therefore a-b = -3-4 = -7$ ，故選(A)

9. $S_{15} = \frac{(a_1+a_{15}) \times 15}{2} = \frac{(a_2+a_{14}) \times 15}{2} = \frac{(8+10) \times 15}{2}$

$= 9 \times 15 = 135$ ，故選(A)

[另解]

設首項為 a_1 ，公差為 d

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d = 8 \\ a_{14} = a_1 + 13d = 10 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{47}{6}, d = \frac{1}{6}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \times [2 \times \frac{47}{6} + (15-1) \times \frac{1}{6}] = 135$$
，故選(A)

10. $\therefore -1 \leq x \leq 3$ $\therefore (x+1)(x-3) \leq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$

$$-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \therefore a = -1, b = 3, a+b = 2$$

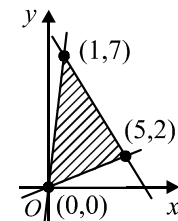
故選(B)

- 11.

x		1		2		3
		1		1		1
		2		2		2
		3		3		
		4		4		
		5				
		6				

共有 $6+4+2=12$ 組，故選(B)

12. 解得三頂點如圖所示



利用頂點原理知 $f(x, y) = 3x + y$

$$f(0, 0) = 3 \times 0 + 0 = 0, \quad f(5, 2) = 3 \times 5 + 2 = 17$$

$$f(1, 7) = 3 \times 1 + 7 = 10, \quad \text{得最大值爲 } 17, \text{ 故選(C)}$$

$$13. \quad k = 3^{19} - (3^{20} + 3^{19}) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 3^{19} - 3^{19}(3+1) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \\ = 3^{19} - 3^{19} \times 4 \times \frac{1}{4} = 0, \quad \text{故選(D)}$$

$$14. \quad n \log 1.2 = \log 12, \quad n = \frac{\log 12}{\log 1.2} = \frac{1.0792}{0.0792} \doteq 13.626$$

故選(C)

$$15. \quad f(4) = 8 \Rightarrow a^4 = 8, \quad g(8) = \log_a 8 = \log_a a^4 = 4, \text{ 故選(C)}$$

16. 步驟 1: 甲從早、中、晚 3 個班次中選一班次有 3 種選法, 乙從早、中、晚 3 個班次中選一不同於甲的班次有 2 種選法

步驟 2: 甲從丙、丁、戊、己中選一人有 4 種選法, 乙從丙、丁、戊、己中選一不同於甲所選的有 3 種選法

$$\therefore \text{方法有 } 3 \times 2 \times C_1^4 \times C_1^3 \times C_2^2 = 72 \text{ 種, 故選(D)}$$

[另解]

所求 = 全部排法 - 甲乙同一班次排法

$$= C_2^6 C_2^4 C_2^2 - 3 \times C_2^4 C_2^2 = 90 - 18 = 72 \text{ 種, 故選(D)}$$

17. 步驟 1: 將甲、乙視爲一人, $\boxed{\text{甲乙}}$ 戊, 排列方法有 $2!$

步驟 2: 將丙、丁插入間隔中, 排列方法有 3×2

步驟 3: 甲、乙互換位置, 排列方法有 $2!$

$$\therefore \text{方法有 } 2! \times 3 \times 2 \times 2! = 24 \text{ 種, 故選(A)}$$

[另解]

所求 = 甲乙相鄰排法 - 甲乙相鄰且丙丁相鄰排法

$$= 4! \times 2! - 3! \times 2! \times 2! = 48 - 24 = 24 \text{ 種, 故選(A)}$$

18. (甲 1 乙 4 或甲 2 乙 3 或甲 3 乙 2 或甲 4 乙 1)

$$= C_1^5 \times C_4^4 + C_2^5 \times C_3^3 + C_3^5 \times C_2^2 + C_4^5 \times C_1^1 = 5 + 10 + 10 + 5$$

$$= 30, \text{ 故選(D)}$$

[另解]

所求 = 任意分 - 甲不得 - 乙不得 + 甲乙皆不得

$$= 2^5 - 1 - 1 + 0 = 30, \text{ 故選(D)}$$

19. 1、2、3、4 這 4 個數中, 任取兩個數的方法數有 C_2^4

一數是另一個數的 3 倍只有 1、3 的一種選擇,

$$\frac{1}{C_2^4} = \frac{1}{6}, \text{ 故選(D)}$$

20. 撲克牌中任挑 2 張的方法數有 C_2^{52} , 2 張花色相同的方法數有 $C_1^4 \times C_2^{13}$, $\frac{C_1^4 \times C_2^{13}}{C_2^{52}} = \frac{4}{17}$, 故選(A)

21. 所求的組合情形有 $5 + 30 = 35$ (元)、 $15 + 20 = 35$ (元)、 $15 + 30 = 45$ (元)、 $20 + 30 = 50$ (元), 共 4 種, 故選(A)

$$22. \quad 150 \times \frac{2}{6} + x \times \frac{4}{6} = 90 \quad \therefore x = 60, \text{ 故選(C)}$$

23. 假設花花第一次模擬考數學成績爲 x 分

$$\frac{x + 100 + 100 + 75 + 80}{5} = 85, \quad \text{得 } x = 70$$

$$S = \sqrt{\frac{(70-85)^2 + (100-85)^2 + (100-85)^2 + (75-85)^2 + (80-85)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{160} = 4\sqrt{10}, \text{ 故選(B)}$$

$$24. \quad x \times (50\% - 34\%) = 100, \quad x = 625, \text{ 故選(C)}$$

$$25. \quad \text{眾數爲 } 9, \quad \frac{9+9+x+7}{4} = 9, \quad x = 11$$

$\therefore 7、9、9、11$ 的中位數爲 9, 故選(B)