111 學年度四技二專第四次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷　　111-4-B

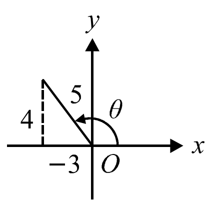
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	D	B	A	B	C	A	D	A	C	B	D	B	B	A	D	A	C	D	C	C	A	C

1. $5-2(x-1)>4x-5$
$\Rightarrow 5-2x+2>4x-5$
$\Rightarrow 7-2x>4x-5$
$\Rightarrow -6x>-12$
$\Rightarrow x<2$
故選(A)

2. $m_{AB}=\dfrac{k-1}{1-(-2)}=\dfrac{k-1}{3}$
又直線 L 之斜率為 $m=-\dfrac{2}{-1}=2$
因直線 AB 與直線 L 平行，所以斜率相等
$\Rightarrow \dfrac{k-1}{3}=2\Rightarrow k=7$，故選(D)

3. 因 $f(1)=f(2)=0$，由因式定理得知，$x-1$、$x-2$ 為 $f(x)$ 的因式
又 $f(x)$ 為二次多項式
令 $f(x)=a(x-1)(x-2)$
$f(3)=6$ 代入得 $f(3)=a(2)(1)=6\Rightarrow a=3$
即 $f(x)=3(x-1)(x-2)$
$\Rightarrow$ $f(x)$ 除以 x 之餘式為 $f(0)=3(-1)(-2)=6$
故選(B)

4. 因 $\tan\theta<0\Rightarrow\theta$ 可能為第二、四象限角
因 $\cos\theta<0\Rightarrow\theta$ 可能為第二、三象限角
$\Rightarrow\theta$ 為第二象限角
又 $\tan\theta=\dfrac{y}{x}=\dfrac{4}{-3}$
取 $x=-3$，$y=4\Rightarrow r=5$
作圖如右



$\Rightarrow\sin\theta=\dfrac{y}{r}=\dfrac{4}{5}$，$\cos\theta=\dfrac{x}{r}=\dfrac{-3}{5}$
$\Rightarrow 10\sin\theta+5\cos\theta=10\times\dfrac{4}{5}+5\times\dfrac{-3}{5}=5$
故選(D)

5. 計算得 $\overrightarrow{AB}=(-1,-4)$，$\overrightarrow{AC}=(4,-2)$
$\overrightarrow{AD}=(2,-5)$，$\overrightarrow{CD}=(-2,-3)$
$\Rightarrow$ $a=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=(-1,-4)\cdot(-1,-4)=1+16=17$
$b=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-1,-4)\cdot(4,-2)=-4+8=4$
$c=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=(-1,-4)\cdot(2,-5)=-2+20=18$
$d=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=(-1,-4)\cdot(-2,-3)=2+12=14$
$\Rightarrow c>a>d>b$，故選(B)

6. 圓 C 之圓心 $O(2,1)$，半徑 $r=1$
因圓與直線交於兩點 $\Rightarrow d(O,L)<r$
$\Rightarrow\dfrac{|6-4+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}<1\Rightarrow|k+2|<5$
$\Rightarrow -5<k+2<5\Rightarrow -7<k<3$
故選(A)

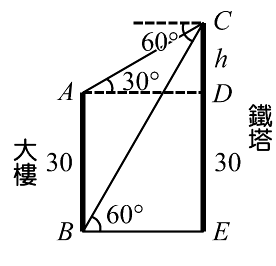
7. 依題意，$a_n-a_{n-1}=-6$，$n\geq 2$
即 $<a_n>$ 為等差數列，$a_1=100$，$d=-6$
$\Rightarrow a_n=a_1+(n-1)d=100+(n-1)(-6)<0$
$\Rightarrow 106-6n<0$
$\Rightarrow n>17\dfrac{2}{3}$
$\Rightarrow$ 數列從第 18 項開始為負數
故選(B)

8. 設兩根為 α、$\alpha+2$
$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha+(\alpha+2)=-\dfrac{-12}{3}=4\cdots\cdots①\\ \alpha(\alpha+2)=\dfrac{k}{3}\cdots\cdots②\end{cases}$$
由①得：$2\alpha+2=4\Rightarrow\alpha=1$
代回②得：$1\times3=\dfrac{k}{3}\Rightarrow k=9$，故選(C)

9. (A) ○：$(50,10)$ 代入 $2x+y>80$ 與 $x+y\leq 60$ (合)
(B) ×：$(30,0)$ 代入 $2x+y>80$ (不合)
(C) ×：$(40,30)$ 代入 $x+y\leq 60$ (不合)
(D) ×：$(20,40)$ 代入 $2x+y>80$ (不合)
故選(A)

10. 依題意，$\log_b a=\dfrac{1}{4}\log_a b$
$\Rightarrow\dfrac{1}{\log_a b}=\dfrac{1}{4}\log_a b\Rightarrow 1=\dfrac{1}{4}(\log_a b)^2$
$\Rightarrow(\log_a b)^2=4\Rightarrow\log_a b=\pm2$ (負不合，因 $a>1$ 且 $b>1$)
$\Rightarrow a^2=b$
故選(D)

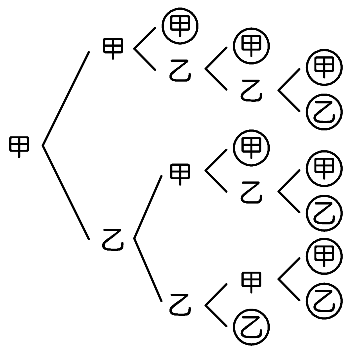
11. 設 $\overline{CD}=h$
在 ΔACD 中，$\overline{AD}=\sqrt{3}h$
又 $\overline{BE}=\overline{AD}=\sqrt{3}h$
在 ΔBCE 中
$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{CE}}=\dfrac{\sqrt{3}h}{h+30}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$



$\Rightarrow 3h=h+30\Rightarrow h=15$
$\Rightarrow$ 鐵塔的高度為 $15+30=45$ 公尺
故選(A)

12. 利用樹狀圖分析勝負情形如下，其中加圈者表最後的

勝方



故選(C)

13. $y = f(x) = -\frac{7}{6}x^2 + 7x + \frac{3}{2}$

$= -\frac{7}{6}(x^2 - 6x) + \frac{3}{2}$

$= -\frac{7}{6}(x^2 - 6x + 9 - 9) + \frac{3}{2}$

$= -\frac{7}{6}(x-3)^2 + 12$

當經過 3 秒後，有最大高度爲 12 公尺

故選(B)

14. 高 $h = d(A, L) = \frac{|5\times2+12\times1+4|}{\sqrt{5^2+12^2}} = \frac{26}{13} = 2$

ΔABC 面積爲 $\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times h = \frac{1}{2}\times6\times2 = 6$

故選(D)

15. 由除法原理得知，$f(x) = (x^2+x-2)\cdot(3x-3)+7x-5$

(A) $f(-2) = (4-2-2)\cdot(-6-3)+(-14)-5 = -19 \neq 0$

(B) $f(-1) = (1-1-2)\cdot(-3-3)+(-7)-5 = 12-12 = 0$

(C) $f(1) = (1+1-2)\cdot(3-3)+7-5 = 2 \neq 0$

(D) $f(2) = (4+2-2)\cdot(6-3)+14-5 = 21 \neq 0$

因 $f(-1)=0$，由因式定理知，$x+1$ 爲多項式 $f(x)$ 的因式

故選(B)

16. 因 $\tan A = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin A = \frac{3}{5}$

由正弦定理得知，$\frac{\overline{BC}}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\frac{3}{5}} = 2\times5 \Rightarrow \overline{BC} = 6$

故選(B)

17. 能同時接收到兩個基地台的訊號表示此位置需同時在兩圓的內部

(A) $(0, 0)$ 代入 $C_1 \Rightarrow (0-1)^2+(0-2)^2 = 5 < 9$

代入 $C_2 \Rightarrow 0+0+0+0-3 < 0$

$\Rightarrow (0, 0)$ 在 C_1 與 C_2 的內部

(B) $(0, 1)$ 代入 $C_1 \Rightarrow (0-1)^2+(1-2)^2 = 2 < 9$

代入 $C_2 \Rightarrow 0+1+0+4-3 = 2 > 0$

$\Rightarrow (0, 1)$ 在 C_2 外部

(C) $(1, 0)$ 代入 $C_1 \Rightarrow (1-1)^2+(0-2)^2 = 4 < 9$

代入 $C_2 \Rightarrow 1+0+6+0-3 = 4 > 0$

$\Rightarrow (1, 0)$ 在 C_2 外部

(D) $(0, -1)$ 代入 $C_1 \Rightarrow (0-1)^2+(-1-2)^2 = 10 > 9$

代入 $C_2 \Rightarrow 0+1+0-4-3 = -6 < 0$

$\Rightarrow (0, -1)$ 在 C_1 外部

故選(A)

18. 設需準備 n 種不同的配菜

依題意，$C_3^n > 200 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3\cdot2\cdot1} > 200$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2) > 1200$

當 $n=11$ 時，$11\times10\times9 = 990 < 1200$

當 $n=12$ 時，$12\times11\times10 = 1320 > 1200$

即便當店最少需準備 12 種不同的配菜，故選(D)

19. 將 $\boxed{甲乙}$ 兩人視爲一體

$\boxed{甲乙}$ 、戊、己、庚先排，方法數有 $4!\times2! = 48$ 種

丙、丁再排空隙，方法數有 $5\times4 = 20$ 種

$\Rightarrow$ 由乘法原理得知，排法有 $48\times20 = 960$ 種

故選(A)

20. 依題意，$\frac{8}{3} = 9000\times d^{-\frac{3}{2}}$

$\Rightarrow d^{-\frac{3}{2}} = \frac{8}{27000}$

$\Rightarrow d = (\frac{8}{27000})^{-\frac{2}{3}} = [(\frac{2}{30})^3]^{-\frac{2}{3}} = (\frac{1}{15})^{-2}$

$= 15^2 = 225$，故選(C)

21. 觀察圖(一) $\Rightarrow a_1 = 1$，$S_1 = 1$

觀察圖(二) $\Rightarrow a_2 = 4$，$S_2 = 4\cdot\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

觀察圖(三) $\Rightarrow a_3 = 4\cdot4 = 4^2$，$S_3 = 4\cdot4\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = (\frac{4}{3})^2$

依此類推，圖(n)至圖($n+1$)時，線段總數增爲 4 倍，但每段長度只有原來的 $\frac{1}{3}$

$\Rightarrow a_n = 4^{n-1}$，$S_n = 4^{n-1}\cdot(\frac{1}{3})^{n-1} = (\frac{4}{3})^{n-1}$

$\Rightarrow a_4 = 4^3 = 64$，$a_5 = 4^4 = 256$

$S_4 = (\frac{4}{3})^3 = \frac{64}{27}$，$S_5 = (\frac{4}{3})^4 = \frac{256}{81}$

故選(D)

22. 原式整理得 $(k^2+2k-3)x = -2k^2+k+1$

$\Rightarrow (k-1)(k+3)x = -(k-1)(2k+1)$

當 $k=1$ 時，原式可表爲 $0x = 0$

即方程式有無限多解，故選(C)

23. 設 $|\vec{b}| = t$

因 $\vec{a}$ 、$\vec{b}$ 方向相同，所以夾角 $\theta = 0°$

$\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = 1\cdot t\cdot\cos0° = t$

由 $7 = |2\vec{a}-3\vec{b}|$，兩邊平方得

$49 = |2\vec{a}-3\vec{b}|^2$

右式 $= (2\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}-3\vec{b})$

$= 4|\vec{a}|^2 - 12\vec{a}\cdot\vec{b} + 9|\vec{b}|^2$

$= 4 - 12t + 9t^2$

可得 $49 = 4 - 12t + 9t^2$

$\Rightarrow 3t^2 - 4t - 15 = 0$

$\Rightarrow (t-3)(3t+5) = 0$

$\Rightarrow t = 3$ 或 $-\frac{5}{3}$ (不合，因 $|\vec{b}| \geq 0$)

故選(C)

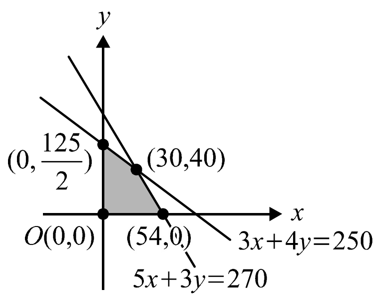
24. 設甲合金生產 x 單位，乙合金生產 y 單位

依題意可列出不等式組

$$\begin{cases} x \geq 0\,,\, y \geq 0 \\ 5x + 3y \leq 270 \\ 3x + 4y \leq 250 \end{cases}$$

如下圖，可行解區域的頂點分別為

$(0\,,\frac{125}{2})$、$(30\,,40)$、$(54\,,0)$、$(0\,,0)$



利潤 $f(x\,,y) = 50x + 60y$

$(x\,,y)$	$(0\,,\frac{125}{2})$	$(30\,,40)$	$(54\,,0)$	$(0\,,0)$
$f(x\,,y)$	3750	3900	2700	0

$\Rightarrow$ 最大利潤為 3900 元，故選(A)

25. ΔABC 中，$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow \overline{BC} = 5$

令 $\angle ABC = \theta_1 \Rightarrow \angle ABE = \theta = 90° + \theta_1$

(A) $\sin\theta = \sin(90° + \theta_1) = \cos\theta_1 = \frac{4}{5}$

(B) $\cos\theta = \cos(90° + \theta_1) = -\sin\theta_1 = -\frac{3}{5}$

(C) ΔABE 中，由餘弦定理得

$\overline{AE}^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \times 4 \times 5 \times \cos\theta$

$= 16 + 25 + 24 = 65 \Rightarrow \overline{AE} = \sqrt{65}$

(D) $\Delta ABE = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BE} \times \sin\theta = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{4}{5} = 8$ 平方單位

故選(C)