

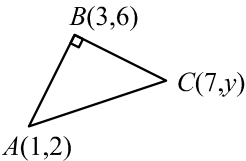
111 學年度四技二專第五次聯合模擬考試

共同科目 數學(A)卷 詳解

數學(A)卷

111-5-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	C	B	D	D	D	A	C	A	B	C	B	C	A	B	A	C	A	B	C	D	D	B	C

1. $\overline{AB} = 10$, $\sqrt{(-2-4)^2 + [k-(-3)]^2} = 10$
 $36 + (k+3)^2 = 100$, $(k+3)^2 = 64$, $k+3 = \pm 8$
 $k = -3+8 = 5$ 或 $k = -3-8 = -11$ (不合, 因為 $k > 0$)
 故選(A)
2. 如右圖
 $\therefore \overline{AC}$ 為直角 $\triangle ABC$ 的斜邊
 $\therefore \angle B = 90^\circ$
 得 $\overline{AB} \perp \overline{BC} \Rightarrow m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{BC}} = -1$
 即 $\frac{6-2}{3-1} \times \frac{y-6}{7-3} = -1$
 $y-6 = -2$, $y = 4$, 故選(D)
- 
3. $(2x^3 - 3x^2 + 7)(5x^2 - 2x + 4)$
 x^3 項係數為 $2 \times 4 + (-3) \times (-2) = 14$, 故選(C)
4. \overline{PQ} 為切線段長 $= \sqrt{3^2 + 2^2 + 4 \times 3 - 6 \times 2 + 3} = 4$
 故選(B)
5. 5 是 b 與 c 的等比中項
 $a, b, 5, c, d$
 5 也是 a 與 d 的等比中項
 則 $\begin{cases} 5^2 = b \times c \dots\dots ① \\ 5^2 = a \times d \dots\dots ② \end{cases}$
 $① \times ②$ 得 $a \times b \times c \times d = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 625$, 故選(D)
6. $|x-a| \leq b \Rightarrow -b \leq x-a \leq b \Rightarrow a-b \leq x \leq a+b$, 由題意可得 $75 \leq x \leq 325$, 即 $\begin{cases} a-b = 75 \\ a+b = 325 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 200 \\ b = 125 \end{cases}$
 則 $a+2b = 200 + 2 \times 125 = 450$, 故選(D)
7. 十字交乘法得 $(2^x - 3)(2^x + 4) = 0$, $2^x = 3$ 或 -4 (不合, 因為 $2^x > 0$) , 則 $8^x = (2^3)^x = (2^x)^3 = 3^3 = 27$
 故選(D)
8. 由題意可以得知, 所求為「甲必排首且丁不排末」, 其算法為「甲排首位 - 甲排首位且丁排末位」, 則共有 $5! - 4! = 120 - 24 = 96$ 種方法, 故選(A)
9. 由排容原理可得: 有訂閱報紙「或」雜誌的有 $150 + 125 - 70 = 205$ 戶, 則兩者都沒訂閱的共有 $300 - 205 = 95$ 戶, 故選(C)
10. 將 L_1 整理成 $3x + 4y - 3 = 0$, 與 $L_2 : 9x + 12y - 2 = 0$ 比較之後, 再將 L_1 全部乘以 3 得 $9x + 12y - 9 = 0$, 則這兩平行線的距離為 $\frac{|-9 - (-2)|}{\sqrt{9^2 + 12^2}} = \frac{7}{15}$, 故選(A)

11. 由因式定理可得 $f(x)$ 分別有 $x+2$ 、 $x-3$ 與 $x-4$ 的因式, 又 $f(x)$ 為三次多項式
 因此假設 $f(x) = a(x+2)(x-3)(x-4)$
 再由 $f(1) = 36$ 得 $a \times (1+2) \times (1-3) \times (1-4) = 36$ 解得 $a = 2$, 即 $f(x) = 2(x+2)(x-3)(x-4)$
 最後再由餘式定理得所求為
 $f(5) = 2 \times (5+2) \times (5-3) \times (5-4) = 28$, 故選(B)
12. 由不等式的解 $-5 < x < \frac{2}{3}$ 反推得 $(x+5)(3x-2) < 0$, 乘開整理得 $3x^2 + 13x - 10 < 0$, 比較題目所給的不等式常數項係數之後, 再全部除以 -2 得
 $-\frac{3}{2}x^2 - \frac{13}{2}x + 5 > 0$, 即 $\begin{cases} p = -\frac{3}{2} \\ q = -\frac{13}{2} \end{cases}$
 則 $4p - 2q = 4 \times (-\frac{3}{2}) - 2 \times (-\frac{13}{2}) = -6 + 13 = 7$
 故選(C)
13. 假設調整後的平均分數為 μ_y , 由題意可得
 $\begin{cases} \mu_y = a \times 45 + 20 \dots\dots ① \\ 4 = |a| \times 5 \dots\dots ② \end{cases}$
 由②解得 $a = \pm \frac{4}{5}$ (負不合, 因 a 為正數)
 再將 $a = \frac{4}{5}$ 代入①得 $\mu_y = \frac{4}{5} \times 45 + 20 = 56$, 故選(B)
14. 甲至少得一件 = 任意分 - 甲一件都沒得 (任意分給乙、丙兩人), 即 $3^5 - 2^5 = 243 - 32 = 211$, 故選(C)
15. 由題目所附的圖形可得知斜線區域在直線 $x+2y=4$ 的右側, 在直線 $2x-y=4$ 的左側, 故選(A)
16. 先求 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$
 $= 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 1 + 2 \times \frac{7}{18} = \frac{16}{9}$
 開根號得 $\sin \theta + \cos \theta = \pm \frac{4}{3}$
 又 $\because \theta$ 為第三象限角 $\begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \cos \theta < 0 \end{cases} \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta < 0$
 故 $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{4}{3}$, 故選(B)
17. 此四組數據均為等差數列, 中間項即為平均數, 只要看第一項與平均數的差距即可
 (A) $9 - 1 = 8$
 (B) $59 - 55 = 4$
 (C) $102 - 100 = 2$

(D) 2017 - 2011 = 6

故選(A)

18. 由 13^{50} 為 56 位數得 $55 \leq \log 13^{50} < 56$

$$55 \leq 50 \log 13 < 56, 1.1 \leq \log 13 < 1.12$$

$$33 \leq 30 \log 13 < 33.6, 33 \leq \log 13^{30} < 33.6$$

即 $\log 13^{30}$ 之首數為 33, 則 13^{30} 為 34 位數

故選(C)

19. $x=1$ 代入方程式得 $1+a-2-3=0, a=4$

則此方程式為 $x^3+4x^2-2x-3=0$

又 $x=1$ 為此方程式的解, 即 $x-1$ 為 x^3+4x^2-2x-3 的因式, 使用綜合除法得

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 4 & -2 & -3 \\ & & +1 & +5 & +3 \\ \hline & 1 & 5 & 3 & 0 \end{array}$$

可得知 $x^3+4x^2-2x-3=(x-1)(x^2+5x+3)$

由題意可得 $\alpha、\beta$ 為方程式 $x^2+5x+3=0$ 之兩根

$$\text{由根與係數關係得} \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{5}{1} = -5 \\ \alpha\beta = \frac{3}{1} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{則 } \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) - \alpha\beta \\ &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = (-5)^2 - 3 = 25 - 3 = 22 \end{aligned}$$

故選(A)

20. 第 11 項到第 35 項共有 $35-10=25$ 項, 則總和為

$$\frac{25(a_{11} + a_{35})}{2} = 25 \times a_{23} = 25 \times 56 = 1400, \text{ 故選(B)}$$

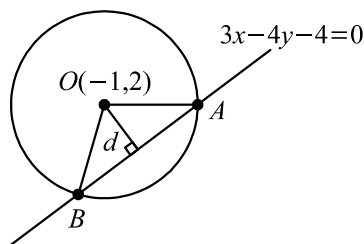
21. 樣本空間 $n(S) = C_3^{12} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220$ 。取出三球顏色都相同有三種: 三紅 $C_3^5 = \frac{5 \times 4}{2} = 10$ 、三綠 $C_3^4 = 4$ 以及三黃 $C_3^3 = 1$, 又此三者「不會」同時出現, 即共有

$10+4+1=15$ 種。則機率為 $\frac{15}{220} = \frac{3}{44}$, 故選(C)

22. 將 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ 分別針對 x 與 y 做配方法得 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$, 可得圓心 $O(-1, 2)$, 半徑 $r=5$

$$\text{圓心到直線的距離 } d = \frac{|3 \times (-1) - 4 \times 2 - 4|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 < 5 = r$$

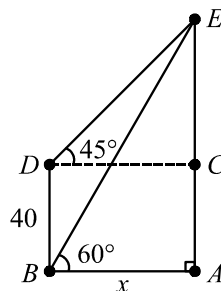
如下圖



$$\text{則 } \overline{AB} = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 2 \times 4 = 8$$

$$\Delta OAB \text{ 面積} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12, \text{ 故選(D)}$$

23. 如下圖



假設兩大樓間距為 x

$$\text{則 } \overline{AB} = \overline{CD} = x, \overline{AC} = \overline{BD} = 40$$

$$\text{在 } \Delta CDE \text{ 中, } \tan 45^\circ = \frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CE}}{x} = 1, \overline{CE} = x$$

$$\text{故 } \overline{AE} = \overline{AC} + \overline{CE} = 40 + x$$

$$\text{在 } \Delta ABE \text{ 中, } \tan 60^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{40 + x}{x} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}x = x + 40, (\sqrt{3} - 1)x = 40$$

$$x = \frac{40}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = 20(\sqrt{3} + 1)$$

則此塔塔高為 $\overline{AE} = 40 + x$

$$= 40 + 20(\sqrt{3} + 1) = 20(\sqrt{3} + 3), \text{ 故選(D)}$$

24. 假設增加 x 人, 由題意可列得一元二次函數

$$f(x) = (20 + x)(3000 - 100x)$$

$$= -100x^2 + 1000x + 60000$$

$$= -100(x^2 - 10x + 25) + 60000 + 2500$$

$$= -100(x - 5)^2 + 62500$$

當 $x=5$ 時此函數有最大值 62500, 即增加 5 人時可收到最多團費, 此時人數為 25 人, 故選(B)

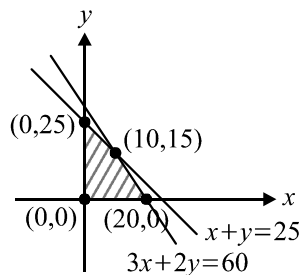
25. 將題目條件整理出下列表格

	甲	乙	條件
假設(場)	x	y	最多 25
費用(萬元)	3	2	上限 60
獲利(萬元)	6	5	目標函數 $f(x, y)$

依照上列表格列出二元一次聯立不等式如下:

$$\begin{cases} x + y \leq 25 \\ 3x + 2y \leq 60 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

此聯立不等式的圖解如下圖



目標函數 $f(x, y) = 6x + 5y$

將圖解區域的頂點代入得 $f(0, 0) = 0$ 、

$$f(0, 25) = 125, f(20, 0) = 120, f(10, 15) = 135$$

即最大獲利為 135 萬元, 故選(C)