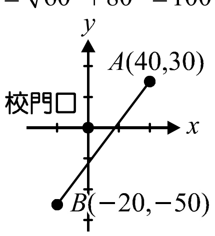
112 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷　　112-1-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	B	D	C	A	C	B	B	C	C	D	C	D	C	A	A	D	A	B	B	C	A	A

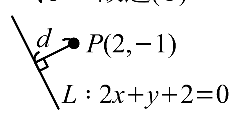
1. 重心坐標 $(\frac{-1+3+7}{3},\frac{4+(-7)+(-3)}{3})=(\frac{9}{3},\frac{-6}{3})$
$=(3,-2)$，故選(A)
2. 由圖形知 $m_1>0$、$m_2=0$、$m_3<0$、$m_4<0$ 且 $m_4>m_3$
$\therefore m_1>m_2>m_4>m_3$，故選(B)
3. 利用根與係數關係得 $\begin{cases}兩根和：\alpha+\beta=-\frac{-3}{1}=3\\ 兩根積：\alpha\cdot\beta=\frac{1}{1}=1\end{cases}$
$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\cdot\alpha\beta\cdot(\alpha+\beta)=3^3-3\times1\times3$
$=27-9=18$，故選(D)
4. $\because$ 由於 A、B、C 三點無法形成三角形的三頂點，即 A、B、C 三點共線 $\Rightarrow m_{\overline{AB}}=m_{\overline{AC}}\Rightarrow\frac{-3}{3k+3}=\frac{-6}{6}$
$\Rightarrow 3k+3=3\Rightarrow k=0$，故選(B)
5. $\because L_1\perp L$　$\therefore$ 設 L_1：$5x+2y+k=0$
$P(1,-2)$ 代入 $L_1\Rightarrow 5-4+k=0\Rightarrow k=-1$
$\therefore L_1$：$5x+2y-1=0$，故選(D)
6. $\because f(x)$ 爲零多項式　$\therefore\begin{cases}a-2=0\\ b+3=0\\ 2c-5=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-3\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$
$\Rightarrow a\times b\times c=2\times(-3)\times\frac{5}{2}=-15$，故選(C)
7. 利用餘式定理令 $x-1=0$，$x=1$
$\therefore$ 餘式爲 $f(1)=2+k-5+6=4\Rightarrow 3+k=4\Rightarrow k=1$，故選(A)
8. 依題意，將校門口設爲坐標軸之原點，則 $A(40,30)$、$B(-20,-50)$ 得 $\overline{AB}=\sqrt{[40-(-20)]^2+[30-(-50)]^2}$
$=\sqrt{60^2+80^2}=100$，故選(C)



9. L：$ax+by+c=0$
$\because$

x	0	$-\frac{c}{a}$
y	$-\frac{c}{b}$	0

由圖形知 $\begin{cases}-\frac{c}{a}>0\\ -\frac{c}{b}<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{c}{a}<0\\ \frac{c}{b}>0\end{cases}$
(1) 若設 $c>0\Rightarrow a<0$ 且 $b>0$，則點 $P(ab,\frac{c}{b})$ 爲 $(-,+)$ 在第二象限
(2) 若 $c<0\Rightarrow a>0$、$b<0$ 結論亦同，故選(B)
[另解]
由圖可知斜率 $-\frac{a}{b}>0\Rightarrow\frac{a}{b}<0\Rightarrow ab<0$，又 y 截距 $-\frac{c}{a}<0\Rightarrow\frac{c}{b}>0$，可知點 $P(ab,\frac{c}{b})$ 在第二象限
10. $\because L_2$ 與 L_3 的交點爲 $\begin{cases}x-3=0\\ y+1=0\end{cases}\Rightarrow(3,-1)$，則 L_1 方程式爲：$y-(-1)=\frac{-2}{3}(x-3)\Rightarrow 2x+3y-3=0$，故選(B)
11. 如圖所示，P 到 L 的最近距離爲 $d=\frac{|4-1+2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{5}$，故選(C)



12. 常數項 $a=f(0)=(-1)^{77}=-1$ 且各項係數和 $b=f(1)$
$=(3-2+1-1)^{77}=1$　$\therefore a-b=-1-1=-2$，故選(C)
13. 利用除法原理得
$f(x)=(x^2+2x-8)\cdot(3x^3-7x^2+9x-5)+(2x+1)$
則 $f(2)=0\cdot(3\times8-7\times4+9\times2-5)+(2\times2+1)$
$=0+(4+1)=5$，故選(D)
14. 此題爲 $f(x)=x^5-8x^4+6x^3+9x^2-4x+7$，求 $f(7)$ 之值，則
$$\begin{array}{rrrrrr|l} 1 & -8 & +6 & +9 & -4 & +7 & 7\\ & +7 & -7 & -7 & +14 & +70 & \\ \hline 1 & -1 & -1 & +2 & +10 & \boxed{77} & \end{array}$$
，得 $f(7)=77$，故選(C)
15. 設點 $P(0,k)$
$\because\overline{PA}=\overline{PB}$　$\therefore\sqrt{1^2+(k-3)^2}=\sqrt{4^2+(k+2)^2}$
$\Rightarrow 1+k^2-6k+9=16+k^2+4k+4\Rightarrow -10k=10$
$\Rightarrow k=-1$，得 $P(0,-1)$，故選(D)
16. 令四點坐標 $A(-2,1)$、$B(3,5)$、$C(0,-7)$、$D(x,y)$
①平行四邊形 $ABDC$，$\overline{AC}$ 中點 $=\overline{BD}$ 中點

$\dfrac{-2+0}{2}=\dfrac{3+x}{2}\Rightarrow x=-5$，$\dfrac{1+(-7)}{2}=\dfrac{5+y}{2}\Rightarrow y=-11$

得 $D(-5,-11)$

②平行四邊形 $ACBD$，$\overline{AD}$ 中點 $=\overline{BC}$ 中點

$\dfrac{-2+x}{2}=\dfrac{3+0}{2}\Rightarrow x=5$，$\dfrac{1+y}{2}=\dfrac{5+(-7)}{2}\Rightarrow y=-3$

得 $D(5,-3)$

③平行四邊形 $ABCD$，$\overline{AB}$ 中點 $=\overline{CD}$ 中點

$\dfrac{-2+3}{2}=\dfrac{0+x}{2}\Rightarrow x=1$，$\dfrac{1+5}{2}=\dfrac{-7+y}{2}\Rightarrow y=13$

得 $D(1,13)$

$\therefore$(C)不可能

17. $\because$飛行軌跡為開口向下的拋物線，故求出頂點坐標即為其解

$\therefore y=f(x)=-x^2+12x+9=-(x^2-12x+6^2)+6^2+9$

$=-(x-6)^2+45$，則在 6 秒後其飛行最大高度為 45 公尺 $\Rightarrow(a,b)=(6,45)$，故選(A)

18. 依題意，令 x 軸截距、y 軸截距均為 k，且 $k\neq 0$

$\therefore L$ 過點 $(k,0)$、$(0,k)$，得斜率 $m=\dfrac{0-k}{k-0}=-1$

又 L 過點 $(-3,7)$，利用點斜式得 $y-7=-1\cdot(x+3)$

$\Rightarrow x+y-4=0$，整理得 $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}y=2$

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$、$b=\dfrac{1}{2}$，故 $a+b=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$，選(A)

19. 依題意知，L_1、L_2 及 L_3 交於一點

則 $\begin{cases}L_1：2x+3y=0\\L_2：x-2y-7=0\end{cases}\Rightarrow$ 交點為 $(3,-2)$ 代入 L_3

$\Rightarrow 9-2k-1=0\Rightarrow k=4$

故選(D)

20. 利用長除法

$$\begin{array}{r|l}
 & 3-2+1 \\
2-1+3 & 6-7+\quad a\quad -2+b \\
 & 6-3+\quad 9 \\ \hline
 & \quad -4+(a-9)-2 \\
 & \quad -4+\quad 2\quad -6 \\ \hline
 & \qquad (a-11)+4+b \\
 & \qquad\quad 2\quad -1+3 \\ \hline
 & \qquad\quad 0\quad +5-2
\end{array}$$

$\therefore a-11-2=0$ 且 $b-3=-2\Rightarrow a=13$、$b=1$

故 $a-2b=13-2\times1=11$，故選(A)

21. 令 $x^2-4x-5=0\Rightarrow(x+1)(x-5)=0\Rightarrow x=-1$ 或 $x=5$，則 $f(-1)=0$ 且 $f(5)=0$

即 $\begin{cases}f(-1)=-3+a+31+b=0\\f(5)=375+25a-155+b=0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a+b+28=0\cdots\cdots①\\25a+b+220=0\cdots\cdots②\end{cases}$

② $-$ ① $\Rightarrow 24a+192=0\Rightarrow a=-8$ 代入① $\Rightarrow b=-20$

故 $2a-b=2\times(-8)-(-20)=4$

故選(B)

[另解]

$$\begin{array}{r|l}
 & 3+4 \\
1-4-5 & 3+\quad a\quad -31+b \\
 & 3-\quad 12\quad -15 \\ \hline
 & \quad (a+12)-16+b \\
 & \qquad 4\quad -16-20 \\ \hline
 & \qquad\qquad 0
\end{array}$$

$\begin{cases}a+12=4\Rightarrow a=-8\\b=-20\end{cases}$

22. 假設每組成本為 x 元，則定價為 $x+x\cdot 50\%=1.5x$ 元，依題意知買兩組共付：

$(1.5x\times2)\times80\%-200=2.4x-200$ 元，則櫃姊的說法可列式為：$(2.4x-200)-2x=2\cdot x\cdot 15\%$

$\Rightarrow 0.4x-200=0.3x\Rightarrow 0.1x=200\Rightarrow x=\dfrac{200}{0.1}=2000$，

故選(B)

23. 令 $x^2-4=0\Rightarrow x=-2$ 或 $x=2$

由餘式定理知 $\Rightarrow\begin{cases}f(-2)=3\times(-2)-4=-10\\f(2)=3\times2-4=2\end{cases}$

又令 $x^2+2x-8=0\Rightarrow x=-4$ 或 $x=2$

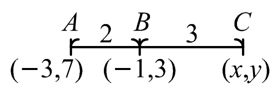
由餘式定理知 $\Rightarrow\begin{cases}g(-4)=1-(-4)=5\\g(2)=1-2=-1\end{cases}$

則令 $x-2=0\Rightarrow x=2$，得所求餘式為

$5f(2)+(2+1)\cdot g(2)=5\times2+3\times(-1)=10-3=7$

故選(C)

24. $\because$3800 萬公里：5700 萬公里 $=2：3$　$\therefore$簡圖如下



設 C 星坐標為 (x,y)，由分點公式知

$(-1,3)=(\dfrac{2x-9}{2+3},\dfrac{2y+21}{2+3})\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2x-9}{5}=-1\\\dfrac{2y+21}{5}=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}$

則 C 星坐標 $(2,-3)$，故選(A)

25. 原式 $\Rightarrow a+ax^2-2bx+c-cx^2=0$

$\Rightarrow(a-c)x^2-2bx+(a+c)=0$

$\because$有兩相等實根　$\therefore$判別式 $=0$

即 $(-2b)^2-4\cdot(a-c)\cdot(a+c)=0\Rightarrow 4b^2-4(a^2-c^2)=0$

$\Rightarrow b^2=a^2-c^2\Rightarrow b^2+c^2=a^2$

得知 ΔABC 為直角三角形，故選(A)