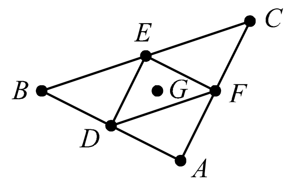
# 112 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
# 共同科目　數學(B)卷　詳解

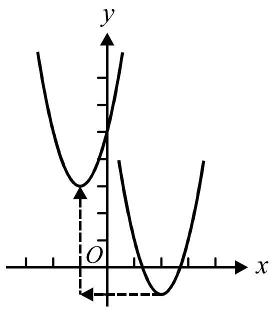
**數學(B)卷** 112-1-B

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | D | A | D | D | C | B | A | B | C | A | C | D | B | C | C | B | D | A | D | B | C | A | B |

1. $x$ 截距 $-2$，即過點 $(-2,0)$
   $L$：$y-0=5[x-(-2)] \Rightarrow 5x-y+10=0$
   將(A) $(-3,-5)$ 代入 $L$：$5\times(-3)-1\times(-5)+10=0$
   將(B) $(-2,-8)$ 代入 $L$：$5\times(-2)-1\times(-8)+10=8\neq 0$
   將(C) $(1,3)$ 代入 $L$：$5\times1-1\times3+10=12\neq 0$
   將(D) $(2,0)$ 代入 $L$：$5\times2-1\times0+10=20\neq 0$
   故選(A)
2. 令 $\dfrac{2x-6}{3x+1}=4 \Rightarrow x=-1$
   $\therefore f(4)=5\times(-1)^3-7\times(-1)+2=4$，故選(B)
3. 原式 $=(6x^4-8x^2+5x-1)(2x^3-4x^2+3x-6)$
   $x^4$ 項係數爲 $6\times(-6)+(-8)\times(-4)+5\times2=6$，故選(D)
4. $\because 7x^2+bx+1>0$ 的解爲任意實數 $\Rightarrow b^2-4ac<0$
   $b^2-4\times7\times1<0 \Rightarrow b^2-28<0$
   $\Rightarrow -\sqrt{28}<b<\sqrt{28} \Rightarrow -5\cdots<b<5\cdots$
   $\therefore b$ 不可能是 $-6$，故選(A)
5. $A$ 點在直線 $BC$ 上，即 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三點共線
   $m_{AB}=\dfrac{6-8}{9-a-7}=\dfrac{-2}{2-a}$
   $m_{BC}=\dfrac{8-5}{7-(-2)}=\dfrac{1}{3}$
   $m_{AB}=m_{BC} \Rightarrow \dfrac{-2}{2-a}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow a=8$，故選(D)
6. $x=5$ 代入原式
   $\Rightarrow \dfrac{5+6}{2}-\dfrac{5a-4}{3}=\dfrac{5a+2}{6}-1$
   $\Rightarrow 33-10a+8=5a+2-6 \Rightarrow 15a=45 \Rightarrow a=3$
   故選(D)
7. 原式展開可得
   $6x^2+5x+2=3x^2+6x+12+ax^2-2ax+bx-2b$
   $\Rightarrow 6x^2+5x+2=(3+a)x^2+(6-2a+b)x+(12-2b)$
   比較係數得 $\begin{cases}3+a=6\\6-2a+b=5\\12-2b=2\end{cases} \Rightarrow a=3$ 、 $b=5$
   $\Rightarrow a-b=3-5=-2$，故選(C)
8. 設今年加種 $x$ 棵蘋果樹
   年產量 $(40+x)(600-10x)=25000$
   $\Rightarrow -10x^2+200x=1000$
   $\Rightarrow x^2-20x+100=0 \Rightarrow (x-10)^2=0 \Rightarrow x=10$
   即今年加種 10 棵蘋果樹
   $\therefore$小新共種植 $40+10=50$ 棵蘋果樹，故選(B)
9. $m_{AB}=\dfrac{-1-7}{1-(-5)}=-\dfrac{4}{3}$
   設 $\overline{AB}$ 邊上的高在直線 $L$ 上
   $\because m_L\times m_{AB}=-1 \quad \therefore m_L\times(-\dfrac{4}{3})=-1 \Rightarrow m_L=\dfrac{3}{4}$
   由點斜式可知：$L$：$y-9=\dfrac{3}{4}(x-6) \Rightarrow 3x-4y+18=0$
   又 $(k,6)$ 落在 $\overline{AB}$ 邊上的高
   $\Rightarrow 3\times k-4\times6+18=0 \Rightarrow k=2$
   故選(A)
10. 原式同乘 $x(x+2)(x+3)(x+4)$ 可得
    $\Rightarrow 2(x+3)(x+4)+x(x+4)+x(x+2)=k(x+2)(x+3)$
    比較 $x^2$ 項係數可得 $2+1+1=k \Rightarrow k=4$，故選(B)
11. $\because \Delta ABC$ 的重心坐標與 $\Delta DEF$ 的重心坐標相同
    $\Rightarrow (\dfrac{-1+2+x}{3},\dfrac{-1+5+y}{3})=(3,2)$
    $\Rightarrow x=8$， $y=2 \Rightarrow F(8,2)$
    $\overline{DF}=\sqrt{(8+1)^2+(2+1)^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$
    $\Rightarrow \overline{BC}=2\overline{DF}=6\sqrt{10}$，故選(C)




12. $\because f(-3)=f(1)=0$
    $\therefore f(x)$ 有 $x+3$ 、 $x-1$ 兩個因式
    又 $f(x)$ 爲三次多項式，且領導係數爲 $-2$
    設 $f(x)=-2(x+3)(x-1)(x+b)$
    $\because f(2)=20 \Rightarrow -2(2+3)(2-1)(2+b)=20$
    $\Rightarrow -20-10b=20 \Rightarrow b=-4$
    即 $f(x)=-2(x+3)(x-1)(x-4)$
    $\Rightarrow f(5)=-2(5+3)(5-1)(5-4)=-64$
    故選(A)
13. $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-4(-12)}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{57}}{2}$，即 $k=\dfrac{-3+\sqrt{57}}{2}$
    $\because 7<\sqrt{57}<8 \Rightarrow 4<-3+\sqrt{57}<5$
    $\Rightarrow 2<\dfrac{-3+\sqrt{57}}{2}<\dfrac{5}{2} \Rightarrow 2<k<\dfrac{5}{2}$
    $\therefore k$ 値介在整數 2 與 3 之間，故選(C)
14. 新二次函數 $g(x)=2(x^2-4x+4)+7-8=2(x-2)^2-1$
    $\Rightarrow$ 新二次函數頂點坐標爲 $(2,-1)$




將新二次函數之圖形向左平移 3 單位，再向上平移 4 單位即得原二次函數

$\Rightarrow$ 原二次函數頂點坐標爲 $(2-3\,,-1+4)=(-1\,,3)$

$\Rightarrow$ 原二次函數爲

$f(x)=2(x+1)^2+3=2(x^2+2x+1)+3$

$\Rightarrow f(x)=2x^2+4x+5 \Rightarrow a=2$ 、 $b=4$ 、 $c=5$

$\therefore a+b+c=2+4+5=11$

故選(D)

15. $\alpha+\beta=-3$ ， $\alpha\beta=-5$

以 $\alpha^2$ 、 $\beta^2$ 爲兩根的方程式爲 $(x-\alpha^2)(x-\beta^2)=0$

即 $x^2-(\alpha^2+\beta^2)x+\alpha^2\beta^2=0$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-3)^2-2\times(-5)=19$

$\alpha^2\times\beta^2=(\alpha\beta)^2=(-5)^2=25$

$\therefore$ 新方程式爲 $x^2-19x+25=0$

故選(B)

16. $(x+2)^2=x^2+4x+4$

$$\begin{array}{r|l}
 & 1-4+4 \\
1+4+4 & 1+0+\quad 4a \quad +0\ +2b \\
 & 1+4+\quad 4 \\ \hline
 & -4+(4a-4)\ +0 \\
 & -4-\quad 16 \quad -16 \\ \hline
 & (4a+12)+16+2b \\
 & 4 \quad +16+16 \\ \hline
 & 0
\end{array}$$

$\Rightarrow \begin{cases} 4a+8=0 \\ 2b-16=0 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} a=-2 \\ b=8 \end{cases}$

$\Rightarrow b-a=8-(-2)=10$

故選(C)

17. $\because$ 二次不等式的解爲 $-\dfrac{1}{2}<x<6 \Rightarrow (x+\dfrac{1}{2})(x-6)<0$

$\Rightarrow (2x+1)(x-6)<0 \Rightarrow 2x^2-11x-6<0$ ，與原式相較

$\xRightarrow{\text{同乘}(-1)} -2x^2+11x-6>0$

$\therefore a=-2$ 、 $b=11$

$|ax-b|\le 3 \Rightarrow |-2x-11|\le 3 \Rightarrow -3\le -2x-11\le 3$

$\Rightarrow 8\le -2x\le 14 \Rightarrow -7\le x\le -4$

$\therefore$ 整數解 $x=-4$ 、 $-5$ 、 $-6$ 、 $-7$ 共 4 個

故選(C)

18. $\because \begin{cases} C+10=5 \\ G+(-20)=-2 \\ H+(-10)=-7 \\ -2\times I=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C=-5 \\ G=18 \\ H=3 \\ I=5 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} B\times I=10 \\ A=B \\ 5\times I=E \\ F\times I=-20 \\ D+E=F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B=2 \\ A=2 \\ E=25 \\ F=-4 \\ D=-29 \end{cases}$

$\Rightarrow$ 生日月分： $I+H-B=5+3-2=6$

日期： $D+G+E-C+A=-29+18+25-(-5)+2=21$

$\therefore$ 導師甜欣的生日是 6 月 21 日，故選(B)

19. $\because -2$ 和 3 爲方程式 $x^3+ax^2+bx-30=0$ 的兩根

$\therefore$ 將 $x=-2$ 和 $x=3$ 分別代入 $x^3+ax^2+bx-30=0$

$\Rightarrow \begin{cases} -8+4a-2b-30=0 \\ 27+9a+3b-30=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a-2b=38 \\ 9a+3b=3 \end{cases}$

$\Rightarrow a=4$ 、 $b=-11$

$\Rightarrow a-b=4-(-11)=15$

故選(D)

20. $m_{AB}=\dfrac{-10-5}{-4-6}=\dfrac{-15}{-10}=\dfrac{3}{2}$

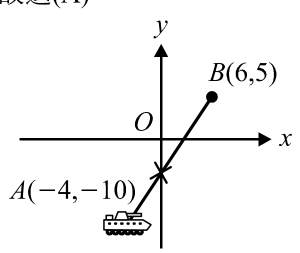
利用點斜式： $y-5=\dfrac{3}{2}(x-6) \Rightarrow 3x-2y-8=0$

設烏克蘭軍隊埋藏地雷的坐標爲 $P(0\,,k)$ 代入方程式

$3\times 0-2\times k-8=0 \Rightarrow k=-4$

$\therefore$ 烏克蘭軍隊埋藏地雷的坐標爲 $P(0\,,-4)$

故選(A)




[另解]

設烏克蘭軍隊埋藏地雷的坐標爲 $P(0\,,k)$

$\because A$ - $P$ - $B$ 三點共線

$m_{AB}=m_{AP} \Rightarrow \dfrac{-10-5}{-4-6}=\dfrac{-10-k}{-4-0}$

$\Rightarrow \dfrac{3}{2}=\dfrac{-10-k}{-4} \Rightarrow k=-4$

$\therefore$ 烏克蘭軍隊埋藏地雷的坐標爲 $P(0\,,-4)$

故選(A)

21. 根據餘式定理， $f(97)$ 爲 $f(x)\div(x-97)$ 之餘式

由綜合除法得

$$\begin{array}{rrrr|l}
2 & -197 & +290 & +100 & 97 \\
 & +194 & -291 & -97 & \\ \hline
2 & -3 & -1 & \boxed{+3} &
\end{array}$$

$\therefore f(97)=3$

又根據餘式定理， $g(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式爲 $g(1)$

$\Rightarrow g(1)=77\times 1^{77}-85\times 1^8+63\times 1^3-48=7$

$\because r(x)=7$ 爲常數多項式 $\Rightarrow r(97)=7$

$\Rightarrow f(97)+r(97)=3+7=10$

故選(D)

22. 由截距式可得：$L_2$：$\dfrac{x}{-4}+\dfrac{y}{3}=1 \Rightarrow 3x-4y+12=0$

$\because L_1 // L_2 \Rightarrow$ 設直線 $L_1$：$3x-4y+k=0$

又 $L_1$ 通過 $(-9,0) \Rightarrow 3\times(-9)-4\times 0+k=0 \Rightarrow k=27$

$\therefore$直線 $L_1$：$3x-4y+27=0$

$$d(L_1,L_2)=\frac{|27-12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{15}{5}=3$$

故選(B)

23. 設時光膠囊埋藏地點為 $C(x,y)$

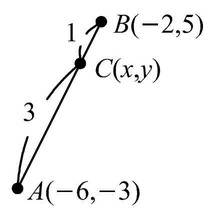
由題意可知 $C$ 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AC}:\overline{CB}=3:1$

利用分點坐標公式可得

$$x=\frac{3\times(-2)+1\times(-6)}{3+1}=-3$$

$$y=\frac{3\times 5+1\times(-3)}{3+1}=3$$

$\therefore C$ 點坐標為 $(-3,3)$




故選(C)

24. 原式 $\Rightarrow [x(x+4)][(x-1)(x+5)]-24=0$

$\Rightarrow (x^2+4x)(x^2+4x-5)-24=0$

令 $t=x^2+4x \Rightarrow t(t-5)-24=0 \Rightarrow t^2-5t-24=0$

$\Rightarrow (t+3)(t-8)=0 \Rightarrow t=-3$ 或 $8$

① $t=x^2+4x=-3 \Rightarrow (x+1)(x+3)=0 \Rightarrow x=-3$ 或 $-1$

② $t=x^2+4x=8 \Rightarrow x^2+4x-8=0$

$$\Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}=\frac{-4\pm4\sqrt{3}}{2}=-2\pm2\sqrt{3}$$

$\therefore$所有實數根之和：

$(-2+2\sqrt{3})+(-2-2\sqrt{3})+(-3)+(-1)=-8$

故選(A)

25. $\overline{AB}$ 的中點為 $\left(\dfrac{13+5}{2},\dfrac{(-2)+4}{2}\right)=(9,1)$

又 $m_{\overline{AB}}=\dfrac{4-(-2)}{5-13}=\dfrac{6}{-8}=\dfrac{3}{-4}$

$\therefore \overline{AB}$ 的垂直平分線的斜率為 $\dfrac{4}{3}$

利用點斜式可得鄉間小路之直線方程式為：

$y-1=\dfrac{4}{3}(x-9) \Rightarrow 4x-3y-33=0$

點 $C(-6,-4)$ 到直線 $4x-3y-33=0$ 的距離為

$$\frac{|4\times(-6)-3\times(-4)-33|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{45}{5}=9$$

故選(B)