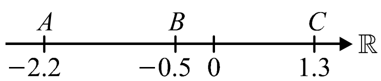
112 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷 112-2-A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	B	C	C	B	B	C	C	D	A	D	D	A	D	C	A	D	B	C	A	B	D	A

1. (A) 爲一元二次多項式
(B) 有 $\frac{1}{x}$ 項不是多項式
(C) 爲一元二次多項方程式
(D) 有 $|x|$ 項不是多項式
故選(A)

2. 所求 $=\overline{BC}+3\times\overline{AC}$
$=(|-0.5-1.3|+3\times|1.3-(-2.2)|)\times 100$
$=(1.8+10.5)\times 100=1230$ 公尺，故選(D)

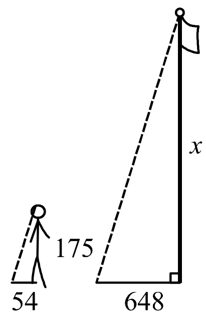


3. $\because A(\frac{b}{a},a-b)$ 在第二象限
$\therefore \frac{b}{a}<0$ 且 $a-b>0\Rightarrow ab<0$ 且 $a>b$ 即 ab 異號且 $a>b$
可知 $a>0$ 且 $b<0$，即點 $B(b,a)$ 之符號爲 $(-,+)$，可得 B 點在第二象限，故選(B)

4. (A) 斜率爲 $-\frac{\frac{1}{5}}{-\frac{1}{6}}=\frac{6}{5}$
(B) 斜率爲 $-\frac{88}{99}=-\frac{8}{9}$
(C) 方程式爲 $\frac{x}{6}+\frac{y}{5}=1$，斜率爲 $-\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{5}}=-\frac{5}{6}$
(D) 斜率爲 $\frac{3-2}{-1-1}=-\frac{1}{2}$
可知 $-\frac{8}{9}$ 最小，故選(B)

5. 甲：面積 $=\frac{1}{2}\times 6^2\times\frac{\pi}{6}=3\pi$
乙：$\because 120^\circ=\frac{2\pi}{3}$　$\therefore$ 面積 $=\frac{1}{2}\times 3^2\times\frac{2\pi}{3}=3\pi$
丙：面積 $=\frac{1}{2}\times 5^2\times\frac{\pi}{4}=\frac{25}{8}\pi$
丁：$\because 60^\circ=\frac{\pi}{3}$　$\therefore$ 面積 $=\frac{1}{2}\times 4^2\times\frac{\pi}{3}=\frac{8}{3}\pi$
可知 $\frac{25}{8}\pi$ 最大，故選(C)

6.



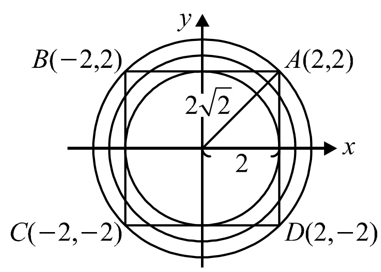
設所求爲 x 公分，則 $\frac{x}{175}=\frac{648}{54}\Rightarrow x=175\times\frac{648}{54}=2100$
即所求爲 2100 公分 $=21$ 公尺，故選(C)

7. 圓的標準式爲 $(x-2)^2+(y+3)^2=16$
$\Rightarrow x^2+y^2-4x+6y-3=0\Rightarrow x^2+y^2=4x-6y+3$
可知 $a+b+c=4+(-6)+3=1$，故選(B)

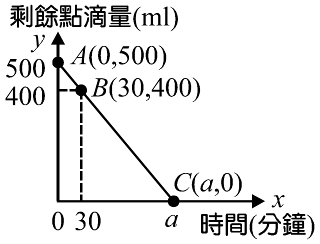
8. 依題意可設每天看螢幕的時間爲首項 387、公差 -15、項數 n 的等差級數，且需滿足
$387+(n-1)\times(-15)<180\Rightarrow 387-15n+15<180$
$\Rightarrow 222<15n\Rightarrow n>\frac{222}{15}=14.8$，取最小整數 $n=15$，可知最快要 9 月 15 日，故選(B)

9. 由分點公式可知 $P(\frac{1\times(-1)+\sqrt{3}\times 2}{1+\sqrt{3}},\frac{1\times 2+\sqrt{3}\times(-1)}{1+\sqrt{3}})$
即 $P(\frac{-1+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}},\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}})$
可得 $a+b=\frac{-1+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=1$，故選(C)

10.



由圓：$x^2+y^2=k$ 可知圓半徑 $=\sqrt{k}$，如圖所示，圓半徑 $\sqrt{k}=2$ 時圓內切於正方形 $ABCD$，當圓半徑 $\sqrt{k}=2\sqrt{2}$ 時，圓外接於正方形 $ABCD$，可得兩者交於相異 8 個點時，需滿足 $2<\sqrt{k}<2\sqrt{2}\overset{平方}{\Rightarrow}4<k<8$，故選(C)

11. 

由圖可知點 $A(0,500)$ 與 $B(30,400)$ 在線上，設圖形與 x 軸交於 $C(a,0)$，由斜率 $m_{AB}=m_{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{500-400}{0-30}=\dfrac{500-0}{0-a}\Rightarrow a=150$ 分鐘

可知經過 2 小時 30 分鐘，即 11 點 30 分時注射完畢，故選(D)

12. $y=-2x^2+x-1=-2[x^2-\frac{1}{2}x+(\frac{1}{4})^2]-1+2\times(\frac{1}{4})^2$

$=-2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{7}{8}$

可知原二次函數圖形頂點爲 $(\frac{1}{4},-\frac{7}{8})$ 向左平移 $\frac{1}{4}$

再向下平移 $\frac{1}{8}$ 可得新頂點爲 $(\frac{1}{4}-\frac{1}{4},-\frac{7}{8}-\frac{1}{8})$

$=(0,-1)=(h,k)$

又平移不影響開口大小及方向 $\Rightarrow a=-2$

可得 $a+h+k=-2+0+(-1)=-3$，故選(A)

13. 設所求直線爲 L，L 過 $\overline{AB}$ 中點 $(\frac{3+5}{2},\frac{-2+6}{2})$

$=(4,2)$，又 $\overleftrightarrow{AB}$ 之斜率 $m_{AB}=\dfrac{-2-6}{3-5}=4$，可知 L 之斜率 $m_L=\dfrac{-1}{m_{AB}}=-\dfrac{1}{4}$，由點斜式可得 L 之方程式爲

$y-2=-\frac{1}{4}(x-4)\Rightarrow x+4y-12=0$

即 $a+b=4+(-12)=-8$，故選(D)

14. 由除法原理可知 $f(x)=(2x^2-1)Q(x)+r(x)$

$=2(x^2-\frac{1}{2})\cdot Q(x)+r(x)=(x^2-\frac{1}{2})\cdot\underbrace{2Q(x)}_{\text{商式}}+\underbrace{r(x)}_{\text{餘式}}$

故選(D)

15. $\because$ 除式爲 $x+2$

$\therefore d=-2$

由綜合除法計算方式可知 $\begin{cases} a=2 \\ e=2d\cdots① \\ b+e=g\cdots② \\ gd=10\cdots③ \\ c+10=h\cdots④ \\ hd=f\cdots⑤ \\ 8+f=-2\cdots⑥ \end{cases}$

$d=-2$ 代入①、③、⑤可得 $e=-4\cdots⑦$、$g=-5\cdots⑧$、$-2h=f\cdots⑨$，⑦、⑧代入② $\Rightarrow b=-1$、由⑥得 $f=-10$、代入⑨ $\Rightarrow h=5$、代入④ $\Rightarrow c=-5$

可知 $b+c=(-1)+(-5)=-6$，故選(A)

16. $2\cos^2 x+\cos x-1=0\Rightarrow(2\cos x-1)(\cos x+1)=0$

$\Rightarrow \cos x=\frac{1}{2}$ 或 -1

①當 $\cos x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$

②當 $\cos x=-1\Rightarrow x=\pi$

可得所求爲 $\frac{\pi}{3}+\frac{5\pi}{3}+\pi=3\pi$，故選(D)

17. $\dfrac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}=\dfrac{\frac{\cos x}{\cos x}-\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\cos x}+\frac{\sin x}{\cos x}}=\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}=\dfrac{1-(-2)}{1+(-2)}=-3$

故選(C)

18. 由 $\sin x+\cos x=\frac{1}{3}\Rightarrow(\sin x+\cos x)^2=(\frac{1}{3})^2$

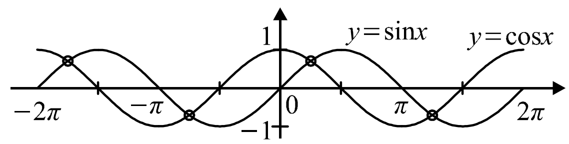
$\Rightarrow 1+2\sin x\cos x=\frac{1}{9}\Rightarrow \sin x\cos x=-\frac{4}{9}$

所求 $\sin^3 x+\cos^3 x$

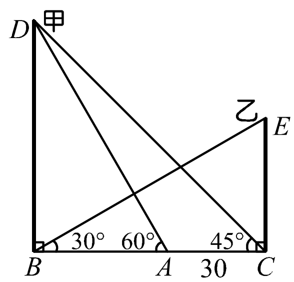
$=(\sin x+\cos x)(\sin^2 x-\sin x\cos x+\cos^2 x)$

$=\frac{1}{3}\times[1-(-\frac{4}{9})]=\frac{1}{3}\times\frac{13}{9}=\frac{13}{27}$，故選(A)

19. 如圖所示



共有 4 個交點，故選(D)

20. 

如圖所示，設 $\overline{BD}=x$，則 ΔABD 中，$\overline{AB}=\frac{x}{\sqrt{3}}$，$\Delta BCD$ 中，$\overline{BC}=x$

由 $\overline{BC}-\overline{AB}=\overline{AC}\Rightarrow x-\frac{x}{\sqrt{3}}=30$

$\Rightarrow \sqrt{3}x-x=30\sqrt{3}\Rightarrow x(\sqrt{3}-1)=30\sqrt{3}$

$\Rightarrow x=45+15\sqrt{3}$

$\therefore \Delta BCE$ 中，$\overline{CE}=\dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{3}}=\dfrac{45+15\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=15+15\sqrt{3}$

即兩樓相差 $\overline{BD}-\overline{CE}=(45+15\sqrt{3})-(15+15\sqrt{3})=30$ 公尺

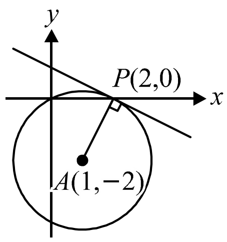
[另解]

ΔABD 與 ΔECB 中

$\because \angle ABD=\angle ECB=90^\circ$，$\angle BAD=\angle CEB=60^\circ$

$\therefore \Delta ABD\cong\Delta ECB$ 又 $\overline{BD}=\overline{CB}$

所求 $\overline{BD}-\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{AB}=\overline{AC}=30$ 公尺，故選(B)

21. 

由圓 $(x-1)^2+(y+2)^2=5 \Rightarrow$ 圓心 $A(1,-2)$，可知所求即垂直 $\overline{AP}$ 於 P 點之直線，令其斜率爲 m

$\because m \times m_{AP}=-1 \Rightarrow m \times \dfrac{-2-0}{1-2}=-1 \quad \therefore m=-\dfrac{1}{2}$

由點斜式可得切線方程式爲 $y-0=-\dfrac{1}{2}(x-2)$

$\Rightarrow x+2y-2=0$，即 $a+b=2+(-2)=0$，故選(C)

22. $\because x^2+y^2+4x-2y-4=0 \Rightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=9$

$\therefore$圓心 $A(-2,1)$、半徑 $r=3$

由交於相異兩點可知 $d(A,L)<r \Rightarrow \dfrac{|-6-4+k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}<3$

$\Rightarrow \dfrac{|k-10|}{5}<3 \Rightarrow |k-10|<15 \Rightarrow -15<k-10<15$

$\Rightarrow -5<k<25$，故選(A)

23. 設項數爲 n，由 $S_n=\dfrac{n[2a_1+(n-1)d]}{2}$

$\Rightarrow 80=\dfrac{n[2\times 3+(n-1)\times 2]}{2} \Rightarrow 80=n(n+2)$

$\Rightarrow n^2+2n-80=0 \Rightarrow (n-8)(n+10)=0$

$\Rightarrow n=8$ 或 -10 (不合)

[另解]

由 $3+5+7+9+11+13+15+17=80$，可知共有 8 項，故選(B)

24. 圓的面積爲首項 $a_1=4^2\times\pi=16\pi$、公比 $r=(\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{1}{4}$ 的等比數列，其和爲 $\dfrac{16\pi[1-(\frac{1}{4})^5]}{1-\frac{1}{4}}=16\pi\times\dfrac{1023}{1024}\times\dfrac{4}{3}$

$=\dfrac{341}{16}\pi$，可得所求爲 $\dfrac{\frac{341}{16}\pi}{31\times 11}=\dfrac{\pi}{16}$，故選(D)

25. 設公比爲 r，則 $a_1+a_2=a_1+a_1r=a_1(1+r)=16 \cdots ①$

$a_3+a_4=a_1r^2+a_1r^3=a_1r^2(1+r)=144 \cdots ②$

$\dfrac{②}{①} \Rightarrow \dfrac{a_1r^2(1+r)}{a_1(1+r)}=\dfrac{144}{16} \Rightarrow r^2=9 \Rightarrow r=\pm 3$

當 $r=3$ 代入① $\Rightarrow a_1(1+3)=16 \Rightarrow a_1=4$，即四數爲 4、12、36、108

當 $r=-3$ 代入① $\Rightarrow a_1(1-3)=16 \Rightarrow a_1=-8$，即四數爲 -8、24、-72、216

可知(A)錯誤，故選(A)