112 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷　　112-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	A	D	A	C	A	D	A	A	B	B	D	B	C	B	C	A	B	D	C	D	C	B	D

1. $|2x-9|\le 3 \Rightarrow -3\le 2x-9\le 3 \Rightarrow 6\le 2x\le 12$
$\Rightarrow 3\le x\le 6$，x 的整數解有 3、4、5、6，共 4 個，故選(C)

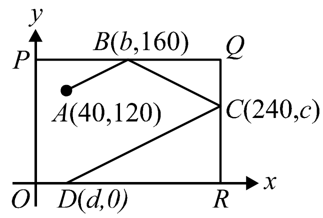
2. 因為市政府在秋紅谷與廣三 sogo 百貨的線段上，利用內分點公式：$a=\dfrac{2\times(-11)+1\times 1}{2+1}=-7$
$b=\dfrac{2\times 11+1\times 2}{2+1}=8 \Rightarrow a+b=-7+8=1$，故選(B)

秋紅谷　**市政府**　**廣三sogo百貨**
$(-11,11)$　(a,b)　$(1,2)$
$\underbrace{\quad}_{1}:\underbrace{\quad\quad}_{2}$

3. 過 $A(1,5)$、$B(4,14)$ 兩點的直線 L，其斜率為 $\dfrac{14-5}{4-1}=\dfrac{9}{3}=3$，利用點斜式得 L：$y-5=3(x-1)$
$\Rightarrow 3x-y+2=0 \Rightarrow a=3$、$b=-1$，再將 $x=0$ 代入 L 得 $y=2 \Rightarrow y$ 截距 $c=2 \Rightarrow a+b+c=3+(-1)+2=4$，故選(A)

4. 假設 L：$4x+3y+c=0$ 在第三象限與 x 軸所交的坐標為 $(a,0)$，與 y 軸所交的坐標為 $(0,b)$，分別代入得
$\Rightarrow 4a+c=0 \Rightarrow 4a=-c \Rightarrow a=\dfrac{-c}{4}$
$\Rightarrow 3b+c=0 \Rightarrow 3b=-c \Rightarrow b=\dfrac{-c}{3}$
由 L 與兩坐標軸所圍成的三角形面積為 6，得 $\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{-c}{3}\times\dfrac{-c}{4}\right|=\dfrac{c^2}{24}=6 \Rightarrow c^2=144 \Rightarrow c=\pm 12$，又因為 L 與兩坐標軸所圍成的三角形在第三象限，所以 $a=\dfrac{-c}{4}<0$ 且 $b=\dfrac{-c}{3}<0 \Rightarrow c>0$，因此 $c=12$，故選(D)

5. 如圖所示，假設 $B(b,160)$、$C(240,c)$、$D(d,0)$，因為 $\overline{AB}$ 的斜率為 $\dfrac{1}{2}$，所以 $\dfrac{160-120}{b-40}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow b=120$
$\Rightarrow B(120,160)$
又因為 $\overline{BC}$ 的斜率為 $-\dfrac{1}{2}$ (入射角等於反射角)，所以 $\dfrac{c-160}{240-120}=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow 2c-320=-120 \Rightarrow 2c=200$
$\Rightarrow c=100 \Rightarrow C(240,100)$。又因為 $\overline{CD}$ 的斜率等於 $\overline{AB}$ 的斜率為 $\dfrac{1}{2}$，所以 $\dfrac{0-100}{d-240}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow d=40$
$\Rightarrow D(40,0)$，故選(A)



6. 原式 $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{-1}{x+1}$ 同乘以 $x(x-1)(x+1)$
得 $(x-1)(x+1)-x(x+1)=-x(x-1)$
$\Rightarrow x^2-1-x^2-x=-x^2+x \Rightarrow x^2-2x-1=0$
$\Rightarrow x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times 1\times(-1)}}{2}=\dfrac{2\pm 2\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$
正根為 $1+\sqrt{2}\approx 2.414$，介於 2 與 3 之間 $\Rightarrow a=2$，故選(C)

7. 由除法原理可得
$f(x)=ax^3+bx^2+5x-3=(x^2-x-2)Q(x)+10x-1$
$=(x-2)(x+1)Q(x)+10x-1$
$f(2)=8a+4b+10-3=19 \Rightarrow 2a+b=3$ ……①
$f(-1)=-a+b-5-3=-11 \Rightarrow -a+b=-3$ ……②
①－②得 $3a=6 \Rightarrow a=2$ 代回①得 $b=-1$
$\Rightarrow a+b=2+(-1)=1$，故選(A)

8. 因 $f(x)>0$ 的解為 $-1<x<3$，且 $f(x)$ 的最大值為 8，如圖所示，可知函數圖形頂點 V 的 x 坐標為 $\dfrac{-1+3}{2}=1$，y 坐標為 8，即 $V(1,8)$。可令 $f(x)=a(x-1)^2+8$，將 $(3,0)$ 代入得 $a(3-1)^2+8=0 \Rightarrow 4a=-8 \Rightarrow a=-2$
$f(x)=-2(x-1)^2+8=-2(x^2-2x+1)+8$
$=-2x^2+4x+6 \Rightarrow a=-2$、$b=4$、$c=6$
$\Rightarrow 4a+2b+c=-8+8+6=6$
($4a+2b+c=f(2)=-2(2-1)^2+8=6$)，故選(D)

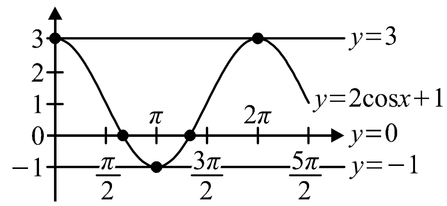
9. 原式 $=\sin^2 20^\circ+\sin^2(90^\circ-20^\circ)+\cos(-720^\circ-120^\circ)$
$=\sin^2 20^\circ+\cos^2 20^\circ+\cos(-120^\circ)=1+\cos 120^\circ$
$=1+(-\dfrac{1}{2})=\dfrac{1}{2}$，故選(A)

10. 令 (x,y) 為標準位置角 θ 終邊上一點、r 為 (x,y) 與原點的距離($r>0$)，因為點 $(\cos\theta,\tan\theta)$ 在第二象限，所以 $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{x}{r}<0\\ \tan\theta=\dfrac{y}{x}>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x<0\\ y<0\end{cases}$。又因為 $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$，所以假設 $x=-2$、$y=-1$，$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}$

$=\sqrt{5}$，$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{y}{r}+\dfrac{x}{r}=\dfrac{-1+(-2)}{\sqrt{5}}=-\dfrac{3}{\sqrt{5}}=-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

故選(A)

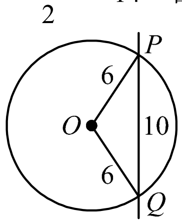
11. 如圖所示，在 $0\le x\le\dfrac{5\pi}{2}$ 的範圍中，$y=2\cos x+1$ 與 $y=3$、$y=0$、$y=-1$ 的交點個數分別為 2、2、1，故選(B)



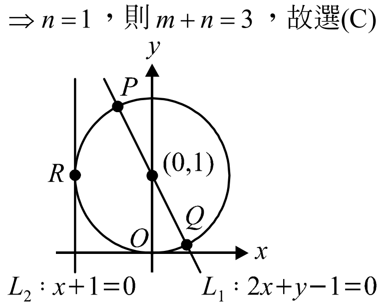
12. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|^2=|-\vec{c}|^2$
$\Rightarrow|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2\Rightarrow 3^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+6^2=7^2$
$\Rightarrow 2\vec{a}\cdot\vec{b}=4\Rightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=2\Rightarrow|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=2$
$\Rightarrow 3\times6\cos\theta=2\Rightarrow\cos\theta=\dfrac{1}{9}$，故選(B)

13. (A) $\overrightarrow{AC}=(x-1,y-2)=(1,-3)\Rightarrow x=2$、$y=-1$
$\Rightarrow C(2,-1)$ 落在第四象限
(B) $\overrightarrow{AB}=(3-1,3-2)=(2,1)$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，與 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的單位向量為 $\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}=(\dfrac{2}{\sqrt{5}},\dfrac{1}{\sqrt{5}})$
(C)(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(2,1)\cdot(1,-3)=2\times1+1\times(-3)$
$=-1\ne0\Rightarrow\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ 不垂直 $\Rightarrow\angle BAC\ne90^\circ$
故選(D)

14. 如圖所示，$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|\cos\angle POQ$
$=|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|\dfrac{|\overrightarrow{OP}|^2+|\overrightarrow{OQ}|^2-|\overrightarrow{PQ}|^2}{2|\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OQ}|}$
$=\dfrac{|\overrightarrow{OP}|^2+|\overrightarrow{OQ}|^2-|\overrightarrow{PQ}|^2}{2}=\dfrac{6^2+6^2-10^2}{2}=\dfrac{36+36-100}{2}$
$=\dfrac{-28}{2}=-14$，故選(B)



15. 如圖所示，圓 C 的圓心為 $(0,1)$，半徑為 1。圓 C 與 L_1 相交於 P、Q 兩點 $\Rightarrow m=2$，與 L_2 相切於 R 點 $\Rightarrow n=1$，則 $m+n=3$，故選(C)



16. 因為 $x^2+y^2+2x+y+k=0$ 的圖形為圓，由判別式 $d^2+e^2-4f>0$，得 $2^2+1^2-4k>0$，即 $k<\dfrac{5}{4}$
因為點 $A(2,-2)$ 在圓內
所以 $2^2+(-2)^2+2\times2+(-2)+k<0\Rightarrow k<-10$
又因為點 $B(1,3)$ 在圓外
所以 $1^2+3^2+2\times1+3+k>0\Rightarrow k>-15$
由 $k<\dfrac{5}{4}$、$k<-10$ 且 $k>-15$ 得 $-15<k<-10$，故選(B)

17. 因為圓心為 $(2,-1)$ 之圓 C 與直線 L：$x-2y+1=0$ 相切，所以半徑為圓心 $(2,-1)$ 到直線 L：$x-2y+1=0$ 的距離 $=\dfrac{|2-2(-1)+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$，得圓的標準式為 $(x-2)^2+(y+1)^2=\sqrt{5}^2$，即 $(x-2)^2+(y+1)^2=5$，故選(C)

18. 停車費部分，因為早上 10 點進入且於當日早上 11 點 40 分離場，所以停了 1 小時 40 分，以 2 小時計，停車費為 $15\times4=60$ 元。假設馬克充 x 度電並使用全樺聯名信用卡付款，充電部分花費 $10x\times0.9=9x$
$\Rightarrow 9x+60=438\Rightarrow 9x=378\Rightarrow x=\dfrac{378}{9}=42$，故選(A)

19. 甲、乙同解 $x^2+ax+b=0$。甲看錯 b 解得 $x=1$ 或 5，利用根與係數關係，得兩根和 $1+5=-\dfrac{a}{1}\Rightarrow a=-6$。
乙看錯 a 解得 $x=1$ 或 8，利用根與係數關係，得兩根積 $1\times8=\dfrac{b}{1}\Rightarrow b=8$。真正的方程式為 $x^2-6x+8=0$，$(x-2)(x-4)=0\Rightarrow x=2$ 或 4，故選(B)

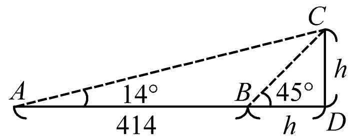
20. $x^2+2x-15=(x+5)(x-3)=0$ 解得兩根 $\alpha=-5$、$\beta=3$，以 $\dfrac{1}{\alpha}$、$\dfrac{1}{\beta}$ 為兩根(即 $-\dfrac{1}{5}$、$\dfrac{1}{3}$)的方程式為
$[x-(-\dfrac{1}{5})](x-\dfrac{1}{3})=0\xrightarrow{\text{乘以}15}(5x+1)(3x-1)=0$
$\Rightarrow 15x^2-2x-1=0$，比較係數後得 $a=15$、$b=-2$
$\Rightarrow a+b=13$，故選(D)

21. $y=-\dfrac{1}{100}x^2+x+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{100}(x^2-100x)+\dfrac{1}{2}$
$=-\dfrac{1}{100}(x^2-100x+50^2)+\dfrac{1}{2}+25$
$=-\dfrac{1}{100}(x-50)^2+25.5$
在 $x=50$ 時，y 有最大值 25.5，即最高點離地高度 $h=25.5$。由於全壘打牆高度為 k，由題意可知當 $x=90$ 時，$y=k+1$，將其代入方程式得
$k+1=-\dfrac{1}{100}(90-50)^2+25.5=-\dfrac{40^2}{100}+25.5=9.5$
$\Rightarrow k=8.5$，$h+k=25.5+8.5=34$，故選(C)

22. 如下圖，假設金字塔的高度 $\overline{CD}=h$。由題意知 $\overline{AB}=414$、$\angle CAD=14^\circ$、$\angle CBD=45^\circ$、$\overline{BD}=\overline{CD}$

$=h$ ， $\tan 14° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = 0.25 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \dfrac{h}{h+414} = \dfrac{1}{4}$

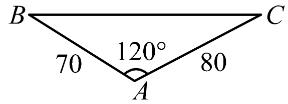
$\Rightarrow 3h = 414 \Rightarrow h = 138$，故選(D)



23. 如下圖，已知 $\overline{AB}=70$ 、 $\overline{AC}=80$ 。利用餘弦定理：
$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB}\times\overline{AC}\times\cos A$

$= 70^2 + 80^2 - 2\times 70\times 80\times(-\dfrac{1}{2}) = 4900 + 6400 + 5600$

$=16900$ ， $\overline{BC} = \sqrt{16900} = 130$ 公尺，故選(C)

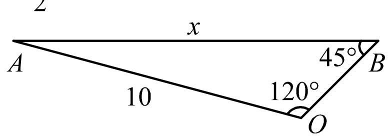


24. 如下圖，假設燈塔為 O 點，船由 A 點行駛至 B 點，已知 $\overline{OA}=10$、$\angle AOB = 75° + 45° = 120°$、$\angle B = 45°$ 令 $\overline{AB} = x$ ，利用正弦定理： $\dfrac{x}{\sin 120°} = \dfrac{10}{\sin 45°}$

$\Rightarrow x\sin 45° = 10\sin 120° \Rightarrow x\times\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow x = 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{6} \approx 5\times 2.45 = 12.25$

因為船的行駛時間為 2 小時，所以時速約為 $\dfrac{12.25}{2} = 6.125 \approx 6.1$海浬/小時，故選(B)



25. (A)(B) 令 $r = \overline{OP} = 1$ ，由任意角三角函數的定義可得 $\cos\theta = \dfrac{x}{r} = x$ 、 $\sin\theta = \dfrac{y}{r} = y$ ，因為 $y > x$ ，所以 $\sin\theta > \cos\theta$

(C) $|\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AO}| = |\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OB}|$
$=1$

(D) $\overline{AP}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{OA}^2 - 2\overline{OP}\cdot\overline{OA}\cdot\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$

$\Rightarrow \overline{AP} = \sqrt{2 - 2\cos\theta}$

故選(D)