113 學年度科技校院四年制與專科學校二年制

統一入學測驗公告答案

考科代碼：4-00-MC

類　　別：共同科目

考　　科：數學(C)

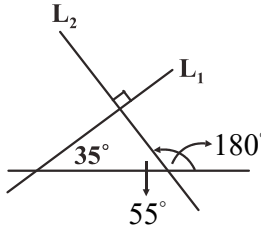
題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案	題號	答案
1	D	11	D	21	A	31		41		51	
2	C	12	D	22	C	32		42		52	
3	C	13	A	23	A	33		43		53	
4	A	14	B	24	A	34		44		54	
5	C	15	D	25	B	35		45		55	
6	B	16	B	26		36		46		56	
7	C	17	D	27		37		47		57	
8	D	18	B	28		38		48		58	
9	A	19	C	29		39		49		59	
10	C	20	B	30		40		50		60	

1. $\dfrac{5}{(2x+1)(x-2)}=\dfrac{A}{2x+1}+\dfrac{B}{x-2}=\dfrac{A(x-2)+B(2x+1)}{(2x+1)(x-2)}$

$5=A(x-2)+B(2x+1)\quad\Rightarrow x=2$ 代入 $\quad 5=5B\quad\Rightarrow B=1$

$\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ 代入 $\quad 5=-\dfrac{5}{2}A\quad\Rightarrow A=-2$

$3A+2B=3(-2)+2\times 1=-4$

2. 

3. $\sin 2024^\circ=\sin(1800^\circ+224^\circ)=\sin 224^\circ\quad\Rightarrow\theta=224^\circ$

4. 圓心(3 , －4)到 $x-y-5=0$ 的距離為 d

$d=\dfrac{|3-(-4)-5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ ＝半徑

5. $\left[\begin{array}{cc|c}1&-1&4\\2&3&3\end{array}\right]\begin{array}{l}\\\times 1\end{array}\Rightarrow\left[\begin{array}{cc|c}1&-1&4\\3&2&7\end{array}\right]$

6. $\left.\begin{array}{l}\sin\theta\tan\theta<0\quad\Rightarrow\text{則}\theta\in\text{II III}\\\cos\theta\cot\theta>0\quad\Rightarrow\text{則}\theta\in\text{I II}\end{array}\right\}\therefore\theta\in\text{II}$

7. 香瓜、木瓜以外 $\quad\Rightarrow C_3^4$

(香、木) ○○○ $\quad\Rightarrow C_3^4\times 4!\times 2!=4\times 24\times 2=192$

8. $b=-a^2+10\quad\Rightarrow a^2=-b+10$

代入 $a^2b=(-b+10)^2\times b=-b^2+10b=-(b^2-10b)$

$=-(b-5)^2+25$，當 $b=5$ 時，最大值為 25

9. $\begin{cases} y_1=2x_1+5x_2 \\ y_2=3x_1+8x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

則 $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{2\times 8-3\times 5}\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

$a=8$，$b=-5$，$c=-3$，$d=2$，$a+b+c+d=2$

10. 設線性函數為 $y=f(x)=ax+b$

第一點(2.0… , 4.2…)代入，則只有(B)(C)合

再將第十點(4.9… , 12.9…)代入 $\Rightarrow$則只有(C)合

11. $f(x)=ax^4+bx^2-2x+c$，$f'(x)=4ax^3+2bx-2=8x^3-6x+d$

$\left.\begin{array}{l} 4a=8 \Rightarrow a=2 \\ 2b=-6 \Rightarrow b=-3 \\ d=-2 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} f(x)=2x^4-3x^2-2x+c \\ f(1)=2-3-2+c=c-3=5 \Rightarrow c=8 \end{array}$

12. $\because (x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$

$\therefore$求值式$=(\frac{1}{\sqrt{2}+1})^3-1=(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}^2-1^2})^3-1=(\sqrt{2}-1)^3-1$

$=\sqrt{2}^3-3\sqrt{2}^2\cdot 1+3\sqrt{2}\times 1^2-1^3-1=2\sqrt{2}-6+3\sqrt{2}-1-1$

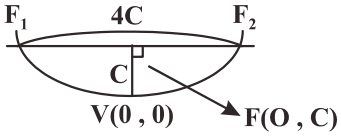
$=-8+5\sqrt{2}$

13. $y=ax^2 \Rightarrow x^2=\frac{1}{a}y$，$\frac{1}{a}=4C$

又 $a>0$ 且正焦弦長 $4|C|=8 \Rightarrow \frac{1}{a}=8 \Rightarrow a=\frac{1}{8} \Rightarrow$則 $C=2$

$\Rightarrow$焦點 F 為$(0 , C)=(0 , 2)$

頂點 V(0 , 0)



$\triangle VF_1F_2$ 面積$=\frac{\overline{F_1F_2}\times C}{2}=\frac{8\times 2}{2}=8$

14. $\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1(\sqrt{x}+1)dx+\int_1^2(x^2+x)dx$

$=(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+x)\Big|_0^1+(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2})\Big|_1^2=(\frac{2}{3}+1)-0+(\frac{8}{3}+2)-(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})$

$=\frac{5}{3}+\frac{14}{3}-\frac{5}{6}=\frac{38}{6}-\frac{5}{6}=\frac{33}{6}=\frac{11}{2}$

15. 原式$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{(n^2-n)(n+2)-(n^2+3n)(n+1)}{(n+1)(n+2)}$

$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{(n^3+2n^2-n^2-2n)-(n^3+3n^2+n^2+3n)}{(n+1)(n+2)}$

$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{-3n^2-5n}{n^2+3n+2}=\lim_{n\to\infty}\dfrac{-3-\frac{5}{n}}{1+\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}}=-3$

16. $\log x=-2.24 \Rightarrow x=10^{-2.24}$

$\log y=9.28 \Rightarrow y=10^{9.28}$

$x^2y=(10^{-2.24})^2\cdot 10^{9.28}=10^{-4.48+9.28}=10^{4.8} \Rightarrow 10^4<10^{4.8}<10^5$

17. (1)$x=0$ 時 $y=0$

(2)$x=\pi$ 時，弧長 $r\theta=\pi \Rightarrow 1\cdot\theta=\pi$，$\theta=\pi$ 為半圓周 $\Rightarrow$ 此時 $y=2r=2$

(3)$x=2\pi$ 時，弧長 $r\theta=2\pi \Rightarrow 1\cdot\theta=2\pi$，$\theta=2\pi$ 轉了一圈 $\Rightarrow$ 此時 $y=0$

由(1)(2)(3)選(D)

18. $\cos\theta-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ 和 $\dfrac{-1}{2}+\sin\theta\, i$ 為共軛複數

$\Rightarrow\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{-1}{2}\\ \sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases} \Rightarrow \sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times(\dfrac{-1}{2})=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

19. $\begin{cases}\vec{AC}=(4,\ -5,\ 2)\\ \vec{BC}=(1,\ -2,\ 2)\end{cases}$ $\Rightarrow \vec{AC}$ 在 $\vec{BC}$ 上的正射影為

$$\left(\frac{\vec{AC}\cdot\vec{BC}}{|\vec{BC}|^2}\right)\vec{BC}$$

$=\dfrac{4\times1+(-5)(-2)+2\times2}{(\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2})^2}\times(1,\ -2,\ 2)=\dfrac{18}{9}(1,\ -2,\ 2)=(2,\ -4,\ 4)$

20. $n=1 \Rightarrow a_1=3$

$n=2 \Rightarrow a_2=3+3\times2=3(1+2)$

$n=3 \Rightarrow a_3=3+3\times2+3\times3=3(1+2+3)$

$n=4 \Rightarrow a_4=3(1+2+3+4)$

$\vdots$

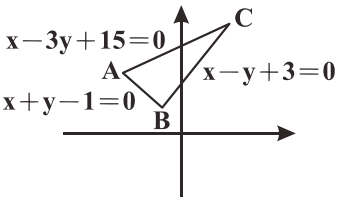
$n=50 \Rightarrow a_{50}=3(1+2+3+4+\cdots\cdots+50)$

$=3\times\dfrac{(1+50)\times50}{2}=3825$

21. $\overleftrightarrow{AC}：(y-6)=\frac{6-4}{3-(-3)}(x-3) \Rightarrow 3y-18=x-3 \Rightarrow x-3y+15=0$

$\overleftrightarrow{BC}：(y-2)=\frac{6-2}{3-(-1)}(x+1) \Rightarrow x-y+3=0$

$\overleftrightarrow{AB}：(y-2)=\frac{2-4}{-1-(-3)}(x+1) \Rightarrow x+y-1=0$



如圖：若 x 的係數為正，大於表示在直線的右側，小於表示在直線的左側，

則 $\begin{cases} x-y+3 \leqq 0 \\ x+y-1 \geqq 0 \\ x-3y+15 \geqq 0 \end{cases}$

22. 依題意

$T_A=2T_B=0.085h^{\frac{3}{4}} \cdots\cdots(1)$

$T_B=0.085\times 100^{\frac{3}{4}} \cdots\cdots(2)$

$\frac{(1)}{(2)} : \frac{2T_B}{T_B}=\frac{0.085h^{\frac{3}{4}}}{0.085\times 100^{\frac{3}{4}}} \Rightarrow 2=(\frac{h}{100})^{\frac{3}{4}}$

$\Rightarrow \frac{h}{100}=2^{\frac{4}{3}}=2^1\cdot 2^{\frac{1}{3}}=2\sqrt[3]{2} \fallingdotseq 2\times 1.26 \Rightarrow h \fallingdotseq 100\times 2.52=252$

23. (A) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+1)=2$，但 f(1)不存在

$\Rightarrow$(A)選項極限存在，但不連續

(B) $\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}$ 不存在，f(1)不存在

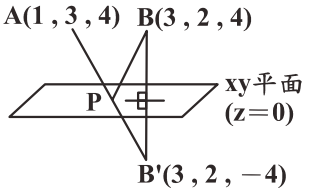
(C) $\lim_{x\to 1^+}\frac{x-1}{x-1}=1$，$\lim_{x\to 1^-}\frac{-(x-1)}{x-1}=-1 \Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{|x-1|}{x-1}$ 不存在

(D)$f(x)=(x-1)^2$，$\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)=0 \Rightarrow$ 連續

24. 取 B 在 xy 平面對面的對稱點 B'(3 , 2 , −4)，

則 $\overline{BP}=\overline{B'P}$

$\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PA}+\overline{PB'} \Rightarrow$最小值為 $\overline{AB'}$



此時 A、P、B'三點共線，設 P 點為(x , y , 0)

$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} // \overrightarrow{AP} \Rightarrow (2 , -1 , -8)//(x-1 , y-3 , -4)$

$\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{-4}{-8} \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 & \Rightarrow x=2 \\ y-3=-\frac{1}{2} & \Rightarrow y=\frac{5}{2} \end{cases}$

則 P 點$(2 , \frac{5}{2} , 0)$

25. $t=1$ 時 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OA}=(-3,2)+(2,1)=(-1,3)$

$t=-1$ 時 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(-3,2)-(2,1)=(-5,1)$

則 P 點落在圖上兩點間，

其線段長 $=\sqrt{(-5+1)^2+(1-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$